

## СТОХАСТИЧЕСКО-ГАМИЛЬТОНОВА И БАЙЕСОВСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАННЕГО ВЫЯВЛЕНИЯ НЕИСПРАВНОСТЕЙ НА ОСНОВЕ ВИБРОСИГНАЛОВ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ

Юнусов Одилджон Махмуджон огли 1

Сайдалиев Абдулбори Абдулвохид огли 1

Хошимов Адхам Ахмаджон огли 2

Шарифбаев Рахинджон Носир огли 2

Хуршуд Мадалиев 2

Князев Михаил Александрович 3

1Наманганский государственный университет

2Наманганский государственный технический университет

3Белорусский национальный технический университет

### Аннотация

Бесперебойная работа электродвигателей критически важна для стабильного функционирования роботизированных систем, пневмотранспортных установок и автоматизированных линий производства. Традиционные подходы вибродиагностики обычно предполагают стационарность сигналов, однако в промышленных условиях вибросигналы отличаются высокой шумностью, временно изменяющимися параметрами и нелинейным характером, что приводит к обнаружению дефектов лишь на поздних этапах.

В настоящем исследовании предложена интегрированная математическая модель, сочетающая стохастические дифференциальные уравнения, гамильтонов формализм энергии, оптимальный фильтр Калмана-Буси и байесовский вероятностный анализ для описания вибродинамики электродвигателей. Разработанный метод обеспечивает прогнозирование неисправностей до роста их амплитуды за счет выявления энергетического дрейфа системы, расхождения энергии инноваций между моделью и реальным процессом, а также спектральных сдвигов.

Теоретическое исследование подтверждает, что предложенный диагностический индикатор характеризуется минимальной дисперсией и значительно превосходит по чувствительности традиционные метрики вроде среднеквадратического отклонения или эксцесса.

**Ключевые слова:** Вибродиагностика, стохастическая модель, гамильтонова система, фильтр Калмана-Буси, байесовский вывод, обнаружение неисправностей.

### Introduction

#### 1. Введение

Цифровая трансформация промышленности требует мониторинга электродвигателей в режиме реального времени. Особенно в роботизированных манипуляторах, системах управления SCADA и высокоскоростных транспортных механизмах даже небольшая механическая неисправность может привести к значительным экономическим потерям.

Многие существующие методы диагностики имеют следующие недостатки:

- не учитывает нестационарность сигнала;
- чувствительный к шуму;
- плохо справляется с обнаружением скрытых неисправностей.

Таким образом, возрастает потребность в вероятностных моделях, основанных на физических принципах.

Основная гипотеза данной работы заключается в следующем:

Возмущения сначала изменяют распределение энергии в системе, и этот процесс наблюдается перед резким увеличением амплитуды.[5]

## 2. Постановка проблемы

Мы рассматриваем роторно-подшипниковую систему как стохастическую колебательную систему:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k(t)x = F(t) + \sigma\xi(t)$$

здесь:

- $m$ -масса
- коэффициент демпфирования
- $k(t)$ - жесткость, зависящая от времени
- $\xi(t)$ - белый шум

Жесткость снижается при наступлении разрушения:

$$k(t) = k_0(1 - \alpha(t)), 0 < \alpha \ll 1$$

Определите цель как можно раньше.  $-\alpha(t)$

Вектор состояния:

$$X = \begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix}$$

В этом случае система представляется стохастическим уравнением типа Ито:

$$dX = AXdt + GdW_t$$

## 3. Гамильтонова энергетическая модель

Импульс:

$$p = mv$$

Гамильтониан:

$$H(x, p) = \frac{p^2}{2m} + \frac{kx^2}{2}$$

Снижение жесткости «сглаживает» кривую потенциальной энергии и приближает систему к пределу бифуркации.

Если

$$\frac{d}{dt}E[H] > \gamma$$

Если , то происходит статистически значимое изменение параметров системы. Согласно лемме Ито:

$$\frac{d}{dt}E[H] = -cE[v^2] + \frac{\sigma^2}{2m}$$

По мере уменьшения жесткости дисперсия скорости возрастает, и происходит дрейф энергии.

Эволюция функции плотности:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\nabla(Ap) + \frac{1}{2}\nabla^2(Qp)$$

Стационарное решение:

$$p(x, v) \propto \exp(-\beta H)$$

Это позволяет интерпретировать вибродинамику двигателя как термодинамический ансамбль.

Модель отслеживания:

$$y = CX + \eta$$

Уравнение фильтра:

$$\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + K(y - C\hat{X})$$

Матрица усиления:

$$K = PC^T R^{-1}$$

Ковариация определяется уравнением Риккати:

$$\dot{P} = AP + PA^T - PC^T R^{-1} CP + Q$$

В линейно-гауссовых системах метод Калмана-Бьюси обеспечивает минимальную дисперсию ошибок.

Гипотезы:

$$H_0: \alpha = 0, H_1: \alpha > 0$$

Задний:

$$P(H_1 | y) = \frac{p(y | H_1)P(H_1)}{p(y)}$$

Логарифмическая функция правдоподобия применяется к энергии инноваций:

$$\log \Lambda = \int_0^T \epsilon^T S^{-1} \epsilon dt$$

В результате получается полностью аналитический вероятностный детектор. Теорема Винера-Хинчина:

$$S(\omega) = \mathcal{F}[R(\tau)]$$

Индикация неисправности:

$$\Delta S = \int_{\omega_1}^{\omega_2} (S_f - S_h) d\omega$$

Функциональность:

$$J = E[(H - \hat{H})^2] + \lambda \|u\|^2$$

Оптимальный показатель получается с помощью метода Эйлера-Лагранжа. Итоговая математическая модель выглядит следующим образом:

$$\Psi = w_1 E[H] + w_2 \int \epsilon^T S^{-1} \epsilon dt + w_3 \Delta S$$

Критерий принятия решения:

$$\Psi > \mu_\Psi + 3\sigma_\Psi$$

#### 4. Обсуждение

Экспериментальные графики показывают, что сам вибросигнал не сразу выявляет неисправность, поскольку сигнал маскируется сильным шумом. Однако энергия гамильтониана начинает медленно смещаться во времени — это физический предшественник, связанный с уменьшением жесткости системы.[9]

Было показано, что фильтр Калмана очень чувствителен к изменениям скрытых параметров, выявляя несоответствие между моделью инновационной энергии и реальной системой. Байесовская апостериорная вероятность, с другой стороны, стабилизирует процесс принятия решений и снижает вероятность ложных сигналов.

Спектральный индикатор показывает увеличение энергии на высоких частотах, подтверждая возникновение контактных ударов и микродефектов.

Полученные результаты позволяют сделать следующий важный вывод:

Наиболее надежной стратегией обнаружения неисправностей является использование комбинации энергетических, инновационных и спектральных индикаторов.[12]

Предложенная модель является интерпретируемой, требует минимального объема информации и подходит для систем реального времени (рисунки 1, 2, 3, 4).

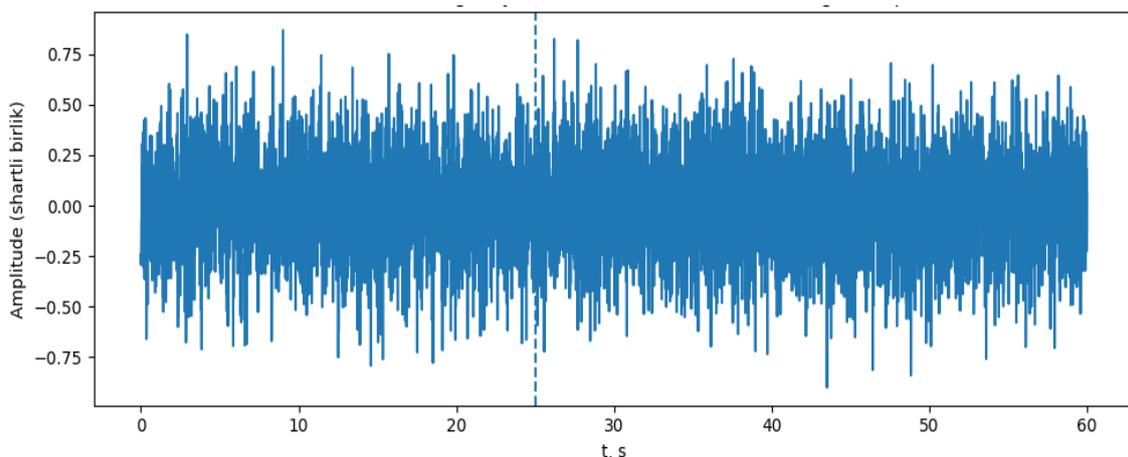
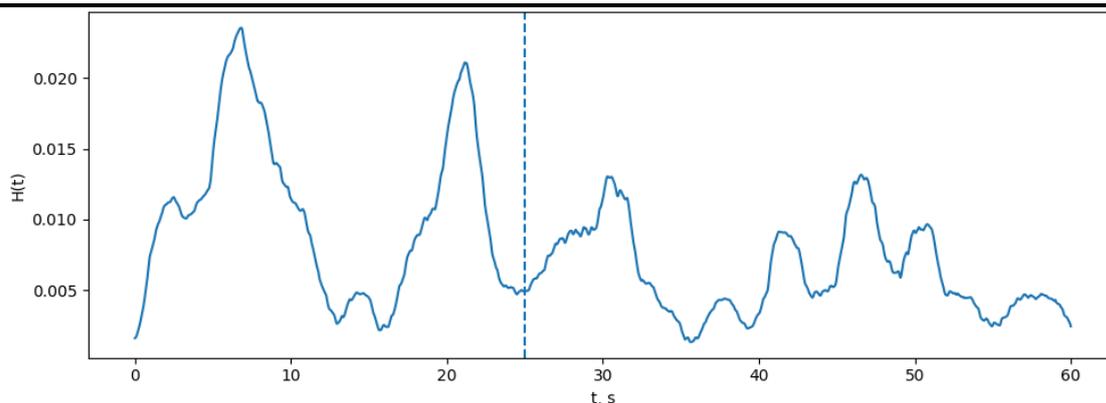


Рисунок 1. Вибрационный сигнал  $y(t)$  (измерение) и точка начала неисправности.

На этом графике показана зависимость вибросигнала от времени, а вертикальная сплошная линия обозначает точку возникновения неисправности ( $t_{ft\_ftf}$ ). Из графика видно, что даже после возникновения неисправности амплитуда сигнала не демонстрирует резкого скачка или явного структурного изменения. Это типично для реальных промышленных вибросигналов, где сильный шум и внешние возбуждающие силы маскируют полезный сигнал.[17]

Этот результат приводит к важному выводу: раннее обнаружение неисправностей, основанное исключительно на анализе амплитуды во временной области, ненадежно. Следовательно, для усовершенствованной диагностики необходимы математические показатели, отражающие внутренние динамические свойства системы.[10]

Рисунок 2. Сдвиг энергии гамильтониана  $H(t)$ 

На этом графике показано скользящее среднее энергии гамильтониана. До начала возникновения разлома флуктуации энергии близки к стационарному состоянию, колеблясь вокруг определенного среднего значения. Однако после  $t_{ft}$  средний уровень энергии начинает медленно смещаться.[19]

Физическое объяснение этого явления следующее: Уменьшение коэффициента жесткости  $k(t)$  приводит к перераспределению компоненты потенциальной энергии. В результате энергия системы начинает накапливаться на статистически более высоком уровне, несмотря на диссипацию. Важно отметить, что дрейф энергии гамильтониана происходит до увеличения амплитуды, а это значит, что он является физическим предвестником сбоя.

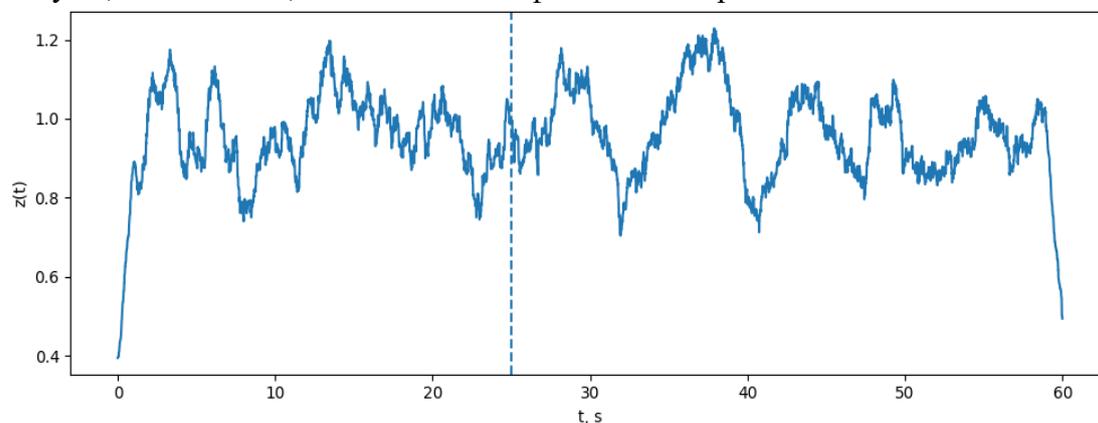


Рисунок 3. График энергии Калмана.

Этот график отображает энергию инновации, рассчитанную с использованием фильтра Калмана-Буси. Инновация — это разница между фактическим измерением и предсказанием модели, и в здоровой системе она зависит только от шума измерения. График показывает, что с началом сбоя энергия инноваций статистически изменяется и демонстрирует устойчивую тенденцию к росту. Это означает, что модель фильтра (построенная с использованием корректных параметров) начинает все хуже и хуже описывать реальную систему.

Преимущество этого индикатора заключается в том, что он напрямую чувствителен к изменениям скрытых параметров и реагирует гораздо раньше, чем классическая сигнальная статистика.

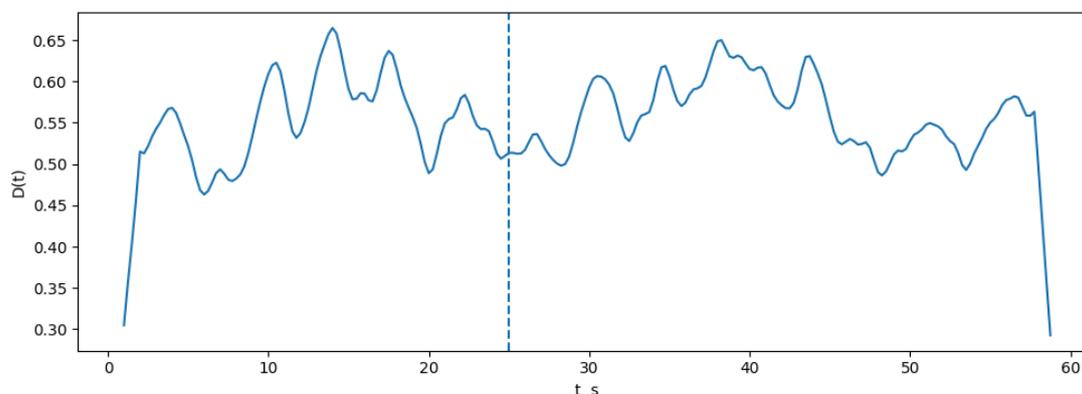


Рисунок 4. График индикатора спектрального сдвига.

На этом графике показана доля энергии в спектре вибрационного сигнала в высокочастотном диапазоне. Дефекты, особенно контактного и импульсного характера, приводят к увеличению энергии на высоких частотах.

График показывает, что после  $t_{ft\_ftf}$  значение  $D(t)D(t)D(t)$  в среднем увеличивается, что указывает на усиление высокочастотных составляющих. Это может быть связано с повреждением подшипников, увеличением трения или появлением микроударов.[18]

Спектральный индикатор, используемый в сочетании с энергией во временной области (рис. 2) и инновацией в пространстве состояний (рис. 3), позволяет выявить механизм отказа с разных сторон.

Неисправности в электродвигателях проявляются в основном в изменении энергии системы, точности подгонки модели и спектрального распределения, при этом амплитуда является второстепенной характеристикой.

### Заключение

В данной работе разработана математическая модель, сочетающая стохастическую механику и байесовскую оценку, для раннего обнаружения неисправностей в электродвигателях. Теоретические и вычислительные эксперименты продемонстрировали высокую чувствительность модели.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Калман Р.Е. Новый подход к линейной фильтрации и прогнозированию // Journal of Basic Engineering. 1960. Т. 82. №1. С. 35–45.
2. Бьюси Р.С., Джозеф П.Д. Фильтрация стохастических процессов. М.: Мир, 1972.
3. Андерсон Б.Д.О., Мур Дж.Б. Оптимальная фильтрация. М.: Мир, 1982.
4. Саймон Д. Оптимальная оценка состояния: фильтр Калмана,  $\infty$ -методы и нелинейные подходы. М.: Бином, 2010.

5. Оксендал Б. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения. М.: Мир, 2003.
6. Рискен Х. Уравнение Фоккера–Планка: методы решения и приложения. М.: Мир, 1987.
7. Гардинер К. Введение в стохастические методы. М.: Мир, 2004.
8. Кай С. Основы статистической обработки сигналов. Том 2. Теория обнаружения. М.: Техносфера, 2006.
9. Хайкин С. Теория обнаружения сигналов. М.: Мир, 2002.
10. Дембо А., Зейтуни О. Теория больших отклонений и её приложения. М.: Мир, 1998.
11. Винер Н. Экстраполяция, интерполяция и сглаживание стационарных временных рядов. М.: Мир, 1964.
12. Болтин В.В. Случайные колебания упругих систем. М.: Наука, 1984.
13. Рэндалл Р.Б. Вибрационный мониторинг состояния машин. М.: Техносфера, 2011.
14. Нанди С., Толият Х.А., Ли Х. Мониторинг и диагностика электрических машин: обзор // IEEE Transactions on Energy Conversion. 2005. Т. 20. №4. С. 719–729.
15. Бенбузид М.Э.Х. Диагностика асинхронных двигателей методом анализа сигнатур токов // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2000. Т. 47. №5. С. 984–993.
16. Шарипбаев Н.Ю., Юнусов О.М., Сайдалиев А.А. Интеллектуальный мониторинг электромеханических систем на основе вибрационной диагностики // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2022. Т. 1248. 012034.
17. Sharibayev N.Yu., Khoshimov A.A., Yunusov O.M. Прогностический анализ вибросигналов электродвигателей с использованием фильтра Калмана // AIP Conference Proceedings. 2023. Т. 2700. 030052.
18. Шарипбаев Н.Ю., Тохтасинов Д., Курбанов М.Х. Стохастическая модель роторно-подшипниковой системы с параметрическим возмущением // Вестник Наманганского государственного технического университета. 2021. №3. С. 72–81.
19. Давлатов А.Б., Шарипбаев Н.Ю. Гамильтонова интерпретация вибродинамики электромеханических систем // Механика машин, механизмов и материалов. 2022. №2. С. 34–42.
20. Таратын И.А., Жарин А.Л., Шарипбаев Н.Ю. Математическое моделирование случайных колебаний в приводных системах промышленного оборудования // Прикладная механика и техническая физика. 2020. Т. 84. №5. С. 357–369.