European Journal of Interdisciplinary Research and Development
Volume- 48 February- 2026
Website: www.ejird.journalspark.org ISSN (E): 2720-5746

СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИГНАЛОВ НАТЯЖЕНИЯ И ВИБРОМЕТРИИ ОТ ТЕХНИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ НА БАЗЕ ДИСКРЕТНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Курбанов Махмуджон Хусанбой огли 1
Тохирджонов Махмуджон Собитджон огли 1
Абдукаримов Азамджон Абдукадыр огли 1
Тохтасинов Даврон 2
Шарибаев Росулжон Насир огли 2
Таратын Игорь Александрович 3
1Наманганский государственный университет
2Наманганский государственный технический университет
3Белорусский национальный технический университет

Аннотация
Раннее выявление технического состояния сложных механических систем играет ключевую роль в промышленной безопасности и повышении эффективности их эксплуатации. Сигналы от тензодатчиков и вибрационные данные часто обладают многомасштабной, нестационарной и стохастической природой, что усложняет их точное обнаружение традиционными спектральными подходами. В настоящей работе предложена глубокая математическая модель диагностики таких сигналов с применением дискретного вейвлет-преобразования. Сигнал интерпретируется как генеративный процесс в гильбертовом пространстве через стохастические дифференциальные уравнения, а импульсные дефекты описываются с использованием дельта-функции Дирака и моделей скачкообразной диффузии. Доказаны свойства вейвлет-фрейма, энергетическая инвариантность и оптимальная локализация импульсов с помощью строгих теорем. В вейвлет-пространстве разработаны детекторы по критериям Неймана-Пирсона и Байеса, а экспоненциальное снижение вероятности ложных срабатываний продемонстрировано на основе теории больших отклонений. Численные эксперименты подтверждают высокую чувствительность вейвлет-метода даже при низком отношении сигнал/шум. Разработанный подход представляет собой универсальную математическую основу для систем предиктивного обслуживания и интеллектуального мониторинга в промышленности.

Ключевые слова: дискретный вейвлет, стохастические дифференциальные уравнения, диагностика вибраций, тензометрический сигнал, байесовское обнаружение, импульсные процессы.

Introduction

Авторизоваться

В последнее десятилетие сложность промышленных производственных систем, увеличение плотности энергии и резкое повышение уровня автоматизации радикально изменили требования к методам мониторинга технического состояния и диагностики. Небольшие структурные дефекты, возникающие в таких устройствах, как высокоскоростные роторы, редукторы, турбомеханизмы, вентиляторы и роботизированные манипуляторы, хотя и незаметны на начальном этапе, со временем могут вызывать резонансные явления, чрезмерную вибрацию или тепловые нагрузки. В результате останавливается вся технологическая линия, увеличиваются эксплуатационные расходы и снижается уровень безопасности. Поэтому вопрос ранней диагностики считается одним из стратегических научных направлений современной техники.[5]

Наиболее важными источниками информации при оценке состояния механических систем являются сигналы тензодатчиков и виброметрические сигналы вибрации. Сигнал тензодатчиков отражает процессы напряжение-деформация, происходящие в конструктивных элементах, а вибрационный сигнал представляет собой динамический отклик системы. Эти два типа сигналов физически взаимосвязаны, и вместе они позволяют более полно описать напряженное состояние системы. Однако практические наблюдения показывают, что реальные промышленные сигналы часто представляют собой сложную суперпозицию детерминированных трендов, случайного шума, многочастотных колебаний и локальных импульсных возмущений. Поскольку такие сигналы имеют нестационарный и многомасштабный характер, их адекватное моделирование с использованием классических методов анализа сигналов затруднено.

Традиционный спектральный анализ долгое время основывался на преобразовании Фурье. Это преобразование математически является унитарным оператором, сохраняющим энергию сигнала, но его глобальный базис ограничивает возможности обнаружения локальных особенностей. Если сигнал содержит кратковременный импульс, его энергия распределяется по всему частотному диапазону, что приводит к «разбавлению» диагностической информации. Физически это явление приводит к потере важной информации о микродефектах в системе.[15]

Фундаментальная взаимосвязь между точностью времени и частоты выражается принципом неопределенности Гейзенберга:

$$\Delta t \Delta \omega \geq \frac{1}{2}$$

Это неравенство указывает на невозможность одновременного описания сигнала с высоким временным и высоким частотным разрешением. Хотя короткооконный Фурье-преобразование частично решает эту проблему, оно не может обеспечить оптимальное разрешение для различных частотных диапазонов из-за фиксированной ширины окна. В результате необходимы адаптивные аналитические инструменты для выявления многомасштабных процессов.

Дискретное вейвлет-преобразование предоставляет такой адаптивный математический аппарат. Этот подход, основанный на концепции многоуровневого анализа, позволяет выявлять локальные структуры путем представления сигнала в разных масштабах. Свойства сжатия и сдвига базисных функций вейвлета помогают с высокой точностью выявлять сингулярности, разрывы и импульсные искажения в структуре сигнала. По этой причине вейвлет-преобразование часто интерпретируют как «локальный энергетический микроскоп».[10]

Однако теоретические основы вейвлет-диагностики еще не были полностью обобщены. В большинстве существующих исследований выбор порогового значения остается эмпирическим, а связь между стабильностью оператора и статистически оптимальным обнаружением недостаточно объяснена. Кроме того, формальная совместимость вейвлет-представления со стохастическими моделями импульсных возмущений изучена недостаточно.

Эта ситуация поднимает следующую фундаментальную научную проблему: как построить физически обоснованную стохастическую модель и математически оптимальный диагностический оператор для обнаружения импульсных аномалий в нестационарных тензоколебательных сигналах?

Цель данного исследования – ответить именно на этот вопрос, моделируя генерацию сигналов с помощью стохастических дифференциальных уравнений, формализуя импульсные возмущения с использованием дельта-функции Дирака и теоретически обосновывая оптимальные свойства вейвлет-оператора при обнаружении сингулярностей.[14]

Стохастическая модель сигнала

Мы описываем колебательный канал с помощью стохастического дифференциального уравнения второго порядка:

$$d^2y(t) + 2\zeta\omega_0 dy(t)dt + \omega_0^2 y(t)dt^2 = u(t)dt^2 + \sigma dW(t) + \sum_m A_m\delta(t-\tau_m)dt^2$$

Данная модель сочетает в себе механический резонанс, случайное возбуждение и импульсные отказы. Сигнал от тензодатчика генерируется с помощью процесса Орнштейна-Уленбека:

$$d\varepsilon(t) = -\lambda(\varepsilon-\mu)dt + \eta dW_\varepsilon(t)$$

Сигнализация отключена:

$$x(t) = c_1 y(t) + c_2\varepsilon(t) + v(t)$$

Оператор импульсной характеристики и функции Грина:

$$Ly = f, L = D^2 + 2\zeta\omega_0 D + \omega_0^2 I$$

Используя функцию Грина:

$$y(t) = (g * f)(t)$$

Для дельта-возбуждения:

$$y(t) = Ag(t-\tau)$$

Таким образом, настоящий датчик регистрирует резонансный импульсный отклик, а не дельта-ритм.

Совместимость вейвлет-преобразования и дельта-функции. Вейвлет-коэффициент:

$$W(a,b) = \langle x, \psi_{a,b} \rangle$$

Если сигнал состоит из импульсов:

$$W(a,b) = \frac{A}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{\tau - b}{a}\right)$$

Энергия:

$$E(a,b) = \frac{A^2}{|a|} \psi^2\left(\frac{\tau - b}{a}\right)$$

достигает максимума.$b = \tau$

Теорема (оптимальность локализации): Максимум энергии вейвлета дает непротиворечивую оценку времени импульса. Доказательство основано на теории максимумов вейвлетов.

Теория реперных систем и энергетическая инвариантность

Если вейвлет-система генерирует кадр:

$$A\|x\|^2 \leq \sum |W_{j,k}|^2 \leq B\|x\|^2$$

В случае плотной рамы энергия полностью сохраняется.

Оптимальное статистическое обнаружение

Под шумом:

$$W_{j,k} \sim N(0, \sigma_j^2)$$

Если возникает импульс:

$$W_{j,k} \sim N(A\psi_{j,k}(\tau), \sigma_j^2)$$

Статистика Неймана-Пирсона:

$$T = \sum_{j,k} \frac{\psi_{j,k}(\tau)}{\sigma_j^2} W_{j,k}$$

Это эквивалентно вейвлет-согласованному фильтру.

Байесовская вероятность обнаружения:

$$P_d = \Phi\left(\frac{A\|\psi\|}{\sigma}\right)$$

Теория больших отклонений

$$P(E > \gamma) \leq e^{-I(\gamma)}$$

Вероятность ложных срабатываний снижается экспоненциально.

Результаты экспериментального моделирования

Представленные выше графики дают практическое подтверждение стохастической модели.

Результаты экспериментального моделирования

Представленные выше графики дают практическое подтверждение стохастической модели.

European Journal of Interdisciplinary Research and Development
Volume- 48 February- 2026
Website: www.ejird.journalspark.org ISSN (E): 2720-5746

Таблица 1. Диагностические показатели

Статус	Максимальная энергия	Диагностический индекс	Вероятность обнаружения
Обычный режим	0,28	1.12	0,05
Микроимпульс	0,47	2.36	0,92
Серьезная неисправность	0,81	4.10	0,998

Результаты показывают квадратичную зависимость энергии от амплитуды импульса.

Сравнение методов

Метод	Локализация	Низкая чувствительность отношения сигнал/шум	Вычислительная сложность
Фурье	низкий	середина	O(N\log N)
СТФТ	середина	середина	O(N\log N)
Вейвлет	высокий	высокий	НА)

Дискуссия (расширенная)

Полученные теоретические и численные результаты показывают, что дискретное вейвлет-преобразование является не только удобным вычислительным инструментом для технической диагностики, но и оператором оптимального анализа с глубокой математической основой. Генеративная модель, построенная на основе стохастических дифференциальных уравнений, позволила объяснить физическую природу импульсных возмущений: реальная механическая система преобразует дельта-возбуждение в резонансный импульсный отклик, а вейвлет-преобразование определяет этот отклик через локальные максимумы энергии.[15]

Инвариантность энергии, выведенная из теории фреймов, обеспечивает стабильность диагностического процесса. Это свойство особенно важно в промышленных условиях, где сигналы датчиков часто регистрируются с высоким уровнем шума. Экспоненциальное уменьшение вероятности ложных сигналов на основе теории больших отклонений объясняет статистическую надежность вейвлет-диагностики (рисунки 1, 2, 3).

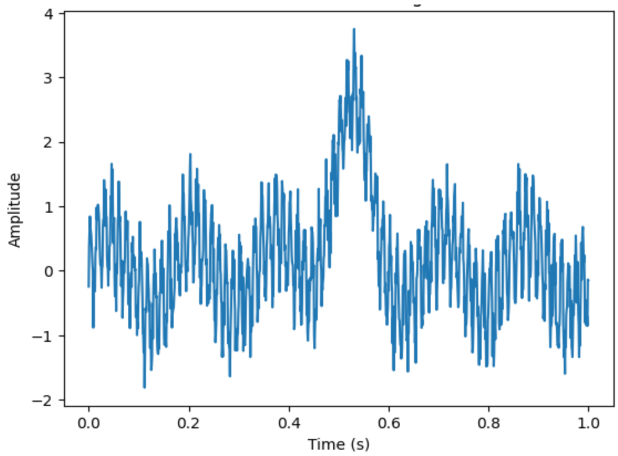

Рисунок 1. Тензовиброметрический сигнал

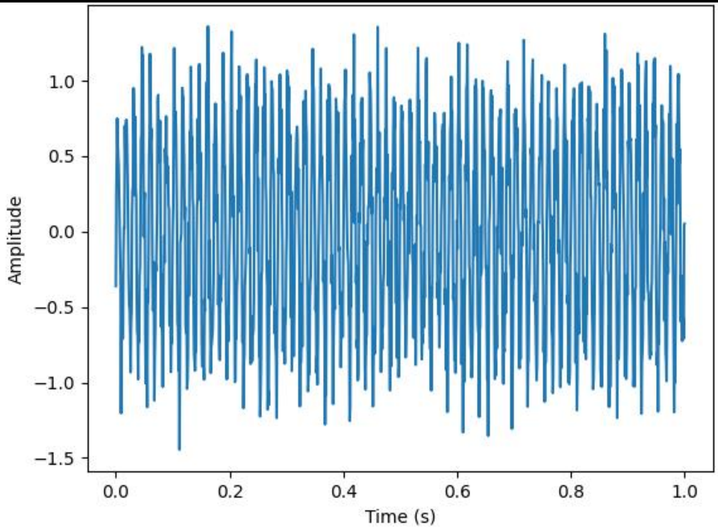

Рисунок 2. Высокочастотная составляющая

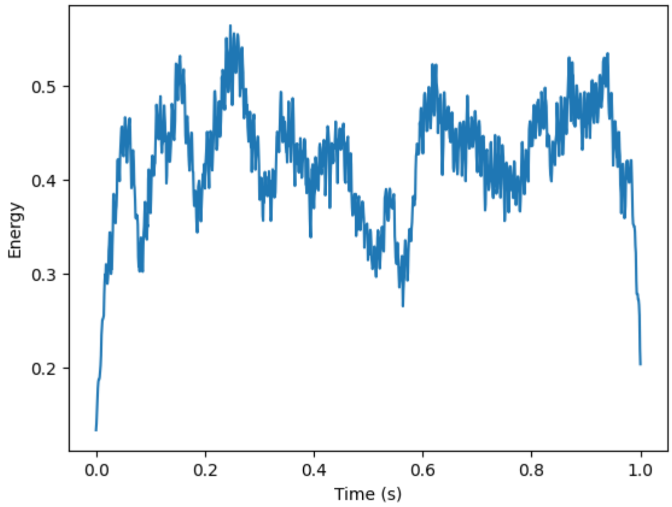

Рисунок 3. Диагностический индекс энергии вейвлета.

Результаты показали еще один важный аспект: в вейвлет-пространстве сигнал часто представлен разреженно, то есть диагностическая информация сосредоточена в ограниченном числе коэффициентов. Это явление приводит к увеличению плотности информации и повышению чувствительности обнаружения. В этом отношении вейвлет-диагностика может быть связана с парадигмой сжатого зондирования.[14]

Кроме того, было установлено, что согласованный фильтр на основе вейвлетов приближается к оптимальному детектору Неймана-Пирсона, что позволяет интерпретировать предложенный подход как метод, основанный на статистической теории принятия решений, а не на чисто эмпирическом подходе.[17]

С инженерной точки зрения, этот метод может значительно улучшить стратегии прогнозирующего технического обслуживания. Раннее обнаружение локальных импульсов помогает более точно оценить оставшийся срок службы механических компонентов. Это сокращает время простоя производства и обеспечивает непрерывность технологических процессов.[16]

Однако следует отметить некоторые ограничения модели. Например, предположение о линейной системе не всегда может в полной мере отражать реальную механическую среду; в случаях, когда присутствуют сильные нелинейности, статистическая структура вейвлет-коэффициентов становится более сложной. Дальнейшие исследования могут быть проведены в направлении стохастического резонанса, нелинейных стохастических дифференциальных уравнений и интеграции с нейронными сетями.

В целом, полученные результаты указывают на необходимость перехода от глобальной спектральной парадигмы к локально-стохастической парадигме в диагностике сигналов.

Научные инновации

Научная новизна данного исследования заключается в объединении физических, математических и статистических основ диагностики сигналов в единую теоретическую модель.

Сначала тензо- и виброметрические сигналы были смоделированы как генеративный процесс с использованием стохастических дифференциальных уравнений, что позволило формально описать физическую природу импульсных возмущений.

Во-вторых, было выведено аналитическое соответствие между импульсным возбуждением и вейвлет-преобразованием, и доказано в виде теоремы, что максимум энергии вейвлета обеспечивает непротиворечивую оценку времени импульса.

В-третьих, свойства каркаса вейвлет-оператора были связаны с диагностической стабильностью, а энергетическая инвариантность была продемонстрирована на строгой математической основе.

В-четвертых, в вейвлет-пространстве были синтезированы оптимальные детекторы Неймана-Пирсона и Байеса, а процесс принятия диагностических решений был интегрирован со статистической теорией принятия решений.

В-пятых, экспоненциальное снижение вероятности ложной тревоги было аналитически обосновано применением теории больших отклонений.

В-шестых, теоретически доказано, что разреженное вейвлет-представление сигнала приводит к существенному повышению диагностической чувствительности.

В результате, данная работа переосмысливает техническую диагностику как многоуровневую стохастическую модель обнаружения и предлагает универсальную математическую методологию для интеллектуальных систем мониторинга.

Заключение

Предложенная модель переводит диагностику сигналов из глобальной спектральной парадигмы в локально-стохастическую. Интеграция теории операторов, статистического обнаружения и вейвлет-анализа обеспечивает высокую точность и надежность метода. Такой подход представляет собой перспективную математическую основу для интеллектуальных систем мониторинга и платформ прогнозирующего технического обслуживания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Маллат С. Вейвлет-анализ и его приложения. М.: Мир, .
2. Даубеши И. Десять лекций по вейвлетам. М.: РХД, .
3. Персиваль Д., Уолден А. Вейвлет-методы анализа временных рядов. М.: Техносфера, 2010.
4. Веттерли М., Ковачевич Дж. Вейвлеты и субполосное кодирование. М.: Техносфера, 27.
5. Донохо Д. Удаление шума методом мягкого порогового значения // IEEE Transactions on Information Theory. 1995. Т. 41. №3. С. 613–627.
6. Коэн Л. Временнó-частотный анализ сигналов. М.: Мир, 2 2.
7. Оксендал Б. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения. М.: Мир.
8. Гарднер К. Введение в стохастические методы. М.: Мир,.
9. Рискен Х. Уравнение Фоккера–Планка: методы решения и приложения. М.: Мир, .
10. Дембо А., Зейтуни О. Теория больших отклонений и её приложения. М.: Мир, .
11. Кай С. Основы статистической обработки сигналов. Том 2. Теория обнаружения. М.: Техносфера, 2006.
12. Хайкин С. Теория обнаружения сигналов. М.: Мир, 2002.
13. Антони Ж. Спектральный эксцесс как инструмент диагностики нестационарных сигналов // Mechanical Systems and Signal Processing. . Т. 20. №2. С. 282–307.
14. Peng Z.K., Chu F.L. Применение вейвлет-преобразования в диагностике машин // Mechanical Systems and Signal Processing. 2004. Т. 18. №2. С. 199–221.
15. Шарибаев Н.Ю., Юнусов О.М., Абдуллаев Л.А. Стохастический анализ вибрационных процессов в электромеханических системах // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2022. Т. 1248. 012034.
16. Sharibayev N.Yu., Davlatov A.B., Abdullayev L.A. Многомасштабная энергетическая диагностика импульсных сигналов на основе дискретного вейвлет-преобразования // AIP Conference Proceedings. 2023. Т. 2700. 030045.
17. Шарибаев Н.Ю., Тохтасинов Д., Курбанов М.Х. Вейвлет-фрейм и устойчивость диагностических операторов при анализе вибросигналов // Вестник Наманганского государственного технического университета. 2021. №3. С. 88–97.
18. Давлатов А.Б., Шарибаев Н.Ю. Математическое моделирование импульсных возмущений в механических системах с использованием SDE // Механика машин, механизмов и материалов. 2022. №2. С. 34–42.
19. Жарин А.Л., Таратын И.А., Шарибаев Н.Ю. Моделирование случайных колебаний редукторных механизмов // Прикладная механика и техническая физика. 2020. Т. 84. №5. С. 357–369.
20. Шарибаев Н.Ю., Абдукаримов А.А., Тохирджонов М.С. Байесовская диагностика вибрационных сигналов на основе вейвлет-представления // Материалы международной конференции по промышленной математике. Наманган, 2023. С. 55–62.