European Journal of Interdisciplinary Research and Development
Volume-11 Jan. - 2023
Website: www.ejird.journalspark.org ISSN (E): 2720-5746

ERGODIKLIK TEOREMASINI MARKOV ZANJIRILARI UCHUN QO'LLASH

Ilxom Qudratovich Xaydarov
Chirchiq davlaat pedagogika universiteti f.-m.f.n. dots.

Zafar Madatugli Murtozaqulov
Chirchiq davlaat pedagogika universiteti o'qituvchi

Anototsiya:
Markov zanjiri deb atalgan jarayonlar birinchi marta 1906-1907- yillarda A.A. Markovning rus tilida yozilgan asarlarida uchraydigan unli va undosh harflar ketma-ketligining xossalarini o`rganishda bag`ishlangan ishlarida ko`rilgan. Bu ishda Markov jarayonlarining muhim sinfi hisoblanadigan, holatlar fazosi chekli yoki sanoqli to`plamdan iborat bo`lgan, bir jinsli Markov zanjirlari bilan tanishamiz va ergodik teorema keltirilgan.

**Kalit so`zlar.** Markov zanjiri, Markov xossasi, boshlang`ich taqsimot, o`tish ehtimolliklar matritsasi.

Аннотация:
Процессы, называемые цепью А.А. Маркова, были впервые введены в 1906-1907 гг. Это было видно в работах Маркова, посвященных изучению свойств последовательности гласных и согласных, встречающихся в произведениях, написанных на русском языке. В этой работе мы знакомимся с однородными цепями Маркова, которые являются важным классом марковских процессов, пространство состояний состоит из конечного или счетного множества, а также приводится эргодическая теорема.

Ключевые слова. Цепь Маркова, марковское свойство, начальное распределение, матрица переходных вероятностей.

Annotation:
Processes called Markov A.A. chain were first introduced in 1906-1907 by. It was seen in Markov's works devoted to the study of the properties of the sequence of vowels and consonants found in the works written in the Russian language. In

this work, we get acquainted with homogeneous Markov chains, which are an important class of Markov processes, the space of states consists of a finite or countable set, and the ergodic theorem is presented.

Keywords: Markov chain, Markov property, initial distribution, matrix of transition probabilities.

Faraz qilaylik tajriba bog`liqsiz ravishda n marta takrorlansin. Agar 1-tajribaning natijasini ω_1, 2-tajribaning natijasini ω_2, va xuddi shunday $n-$ tajribaning natijasini ω_n deb belgilasak, bu tajribalar ketma-ketligining elementar xodisalar $\Omega=\{\omega: \quad \omega=(\omega_1,\omega_2,...,\omega_n)\}$ to`plami bo`lib, $\omega_i,\ i\in\{1,\ 2,\ ...,\ n\}$ 0 yoki 1 teng bo`ladi. Agar ω elementar hodisa uchun

$$P(\omega)=p^{\sum_{k=1}^{n}\omega_k}\cdot q^{n-\sum_{k=1}^{n}\omega_k}, \qquad 0<p,\ q<1, \quad p+q=1.$$

orqali hodisaning ehtimolini kiritsak u holda n ta tajribalar bog'liqsiz tajribalar ketma-ketligi uchun $P(\omega)$ funksiya ehtimolliklar taqsimoti hosil bo'ladi.. Demak,

$$\omega_1\left\{\omega_{i_1}=\delta_{i_1},\omega_{i_2}=\delta_{i_2},...,\omega_{i_r}=\delta_{i_r},\ 1\le i_1<i_2<...<i_r\le n, \quad r=1,2,...,\mathrm{n}\right\}$$

bog'liqsiz hodisalar sistemasi bo`ladi ([2]-[8]).

Biz quyida, Markov zanjirlari orqali bog'liq bo`ladigan bog'liqlik tushunchasini kiritamiz. Bunda $\omega_n$ qanday qiymat qabul qilishi, $\omega_1,\omega_2,...,\omega_{n-2}$ larga bog'liq bo`lmasdan faqat o'zidan oldingi ω_{n-1} ning qiymatiga bog'liq bo`ladi xolos a bu holat kiritilgan sxemani "zanjir" deb atalashini izohlaydi. Quyida Markov zanjirlariga matematik tilda ta'rif beramiz va Markov zanjirlari uchun Ergodik teorema keltiramiz [3-4].

Faraz qilaylik $E=\{0,\ 1,\ 2,...,\ r-1\}$ chekli to'plam berilgan bo'lsin. Bu to'plamni sanoqlita ko'paytmasini $\Omega=\prod_{k=0}^{\infty}E_k,\ \ E_k\equiv E$ orqali belgilaymiz.

$$\Omega=\{\omega: \quad \omega=(\omega_0,\omega_1,...,\omega_n,...)\}.$$

Bu fazoda koordinata funksiyasini quyidagicha kiritamiz: $x_n(\omega)=\omega_n,\ \ n=0,1,2,...$.

Hosil qilingan funksiyalar orqali Ω fazoda silindrik to'plamlarni quyidagi yo'l orqali kiritamiz. $C_{k,M}=\{\omega:\ (x_n(\omega),\ x_{n+1}(\omega),...,x_{n+k-1}(\omega))\in M\}, \quad M=E^K$. Hosil bo'lgan silindrlar to'plami yarim halqa hosil qilganligi uchun bu yarim halqa ustida ehtimollik o'lchovini kiritish mumkin va uni bir qiymatli minimal $\sigma-$algebragacha davom ettirish mumkin [1]. Eng soda holati Bernulli sxemasi bo'lib unda hodisalr bo'g'liqsiz bo'lishi kerak. Markov jaroyonlarida bog'liqlik mavjud bo'ladi. Hosil qilingan o'lchov quyidagi shartlarni qanoatlantirishi zarur:

$$p_k\left(i_1,i_2,...,i_k\right)=P\{\omega:\ x_1(\omega)=i_1,x_2(\omega)=i_2,...,\ x_k(\omega)=i_k\} \qquad (1)$$

$$p_k(i_1,i_2,\dots,i_k)\ge 0$$

$$p_k(i_1,i_2,\dots,i_k)=\sum_i p_{k+1}(i_1,i_2,\dots,i_k,i) \qquad (2)$$

$$\sum_i p_1(i)=1$$

Va bu shartlarga qo'shimcha ravishda chapga siljish akslantirishiga nisbatan o'lchov saqlash xossasiga ega bo'lsin.

$$p_k(i_1,i_2,\dots,i_k)=\sum_i p_{k+1}(i,i_1,i_2,\dots,i_k) \qquad (3)$$

Yuqoridagi (1)-(3) shartlarni qanoatlantiruvchi o'lchovlarga chapga siljish akslantirishiga nisbatan invariant ehtimollik o'lchovlari deb aytiladi [5].

Faraz qilaylik $\Pi=(p_{ij})$ tartibi $(r\times r)-$bo'lgan stoxastik matritsa bo'lsin. $p=(p_i)$ ehtimolliklar vektori bo'lib quyidagi statsionarlik shartini qanoatlantirsin.

$p\Pi=p.$

$C_{k,M}=\{\omega:\ (x_n(\omega),\ x_{n+1}(\omega),\dots,x_{n+k-1}(\omega))\in M\},\quad M=E^K$ silindrik to'plamlar uchun o'lchovni quyidagi yo'l bilan aniqlaymiz:

$$P\{\omega:\ x_1(\omega)=i_1,x_2(\omega)=i_2,\dots,\ x_k(\omega)=i_k\}=p_{i_1}p_{i_1i_2}p_{i_2i_3}\dots p_{i_{k-1}i_k}.$$

$Q=(q_{ij})$ tartibi $(r\times r)-$bo'lgan matritsani quyidagicha aniqlaymiz:

$$q_{ij}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}p_{ij}^{(k)}$$

Markov zanjirlari uchun Ergodiklik teoremasini keltiramiz ([6]-[7]).

Teorema(Ergodiklik teoremasi [1]). (Ω,A,P) ehtimollik fazosi berilgan bo'lsin va P o'lchov (1)-(3) shartlarni qanoatlantirsin. $T:\Omega\to\Omega$ akslantirish quyidagicha aniqlangan, $(T\omega)_n=\omega_{n+1}$. Quyidagi tasdiqlar ekvivalent:

(i) $T-$ergodik;

(ii) q_{ij} matritsa elementi i ga bog'liq emas;

(iii) Matritsa Π "qaytarilmas";

(iv) Ixtiyoriy i,j uchun $q_{ij}>0.$

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Биллингслей П. Эргодическое теория и информация. Лондон. 1965.
2. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М., УРСС. 2003.
3. Зубков А.М. Севостьянов Б.А. Чистяков В. П. Сборник задач по вероятностей М., "Наука". 1989.
4. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей М., "Наука". 2003
5. Ширяев А.Н. Вероятность-1,2. МЦНМО. 2004.
6. Sirojiddinov S.X.Mamatov M.M. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent. 1980.
7. Formanov Sh.Q. Ehtimollar nazariyasi. Toshkent. 2014.
8. Боровков А.А. Теория вероятностей. М., УРСС.1999.