European Journal of Interdisciplinary Research and Development
Volume-10 Dec. - 2022
Website: www.ejird.journalspark.org ISSN (E): 2720-5746

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ВОДЫ В ВОДОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ОБЪЕКТАХ, УЧИТЫВАЮЩИЕ МНОГОМЕРНУЮ РАСПРЕДЕЛЕННОСТЬ ПАРАМЕТРОВ В ПРОСТРАНСТВЕ

Сейтов А.Ж.
Чирчикский государственный педагогический университет

Абдуллаев Ш.А.
Чирчикский государственный педагогический университет

ВВЕДЕНИЕ

Учет многомерности параметров водохозяйственных объектов в пространстве и связанной с ней динамики переходных процессов водных ресурсов при разработке системы моделирования дает возможность оценить качественные и количественные изменения параметров потока по длине и ширине русла, режимы канала и позволяет определить проектные параметры новых сооружений и улучшить эксплуатационные параметры имеющихся гидротехнических сооружений.

Для создания такой системы моделирования необходимо будет усовершенствовать существующие и разработать новые математические модели и алгоритмы моделирования процессов в водохозяйственных объектах с учетом двумерного течения водного потока, особенностей русел рек и каналов, гидротехнических сооружений на них и др. До настоящего времени в основном системы моделирования разрабатывались для одномерного течения потока в водохозяйственных объектах, которые учитывают только одну пространственную переменную, т.е. длину вдоль русла канала или участка реки. По этим системам рассчитываются характеристики потока только по длине русел и не учитываются характеристики потока по ширине русел. Для многих водохозяйственных объектов большое значение имеют характеристики потока не только по длине, но и ширине, особенно, в руслах рек и водохранилищ.

К особенностям русел относятся их сложные формы, имеющие изгибы, а также рукава и наличие в них различных берегозащитных, перегораживающих и водозаборных сооружений различной конструкции и компоновки. Учет многомерности параметров объектов в пространстве и динамики переходных процессов водных ресурсов при проектировании и эксплуатации ими вносит существенные трудности при усовершенствовании существующих и разработке новых математических моделей и алгоритмов моделирования в водохозяйственных объектах.

Методы и результаты

В одномерном случае уравнений неустановившегося движения воды (Сен-Венана) имеет вид

$$B\frac{\partial z}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=q$$

$$\frac{1}{g\omega}\left(\frac{\partial Q}{\partial t}+2v\frac{\partial Q}{\partial x}\right)+\left[1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right]\frac{\partial z}{\partial x}=\left[i+\frac{1}{B}\left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)_{h=const}\right]\left(\frac{v}{c}\right)^2-\frac{Q|Q|}{K^2}, \qquad (1)$$

где: $Q=Q(x\ ,t)$ – расход воды; $z=z(x,\ t)$ –ордината свободной поверхности; g– гравитационная постоянная; i – уклон дна; $B=B(z)$ – ширина потока по поверхности живого сечения; $\omega=\ \omega(z)$ – площадь живого сечения потока; $c=c(z)$ – скорость распространения малых волн; $K=K(z)$ – модуль расхода.

Существенным преимуществом одномерных гидравлических моделей является их универсальность. Они применимы как при проектировании, так и при эксплуатации участков рек и каналов. Таким образом, именно гидравлические модели представляют наибольший интерес для исследования динамических процессов в водохозяйственных объектах и системах.

Приведенные модели можно классифицировать по используемым методам решения. Существующие методы решения уравнений Сен-Венана условно разграничены на три группы. К первой относятся решения, полученные в результате попыток найти общий интеграл уравнений Сен-Венана с помощью строгого математического анализа, когда применяется метод дифференциальных характеристик с последующим использованием уравнений в конечных разностях.

Вторую группу составляют решения, найденные с помощью математического анализа с привлечением теории волн малой амплитуды.

К третьей группе относятся решения, полученные в результате приближенного интегрирования уравнений Сен-Венана с предварительной заменой их уравнениями в конечных разностях.

Модели, основанные на решении модифицированных одномерных уравнений Сен-Венана [10]. Конвекционно-диффузная модель основывается на пренебрежение инерционных членов уравнений и имеет вид

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\left(\frac{Q}{K}\frac{\partial K}{\partial h}\right)\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{K^2}{2b|Q|}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}=0, \qquad (2)$$

где K – модуль расхода.

В случае пренебрежения уклоном свободной поверхности, получим уравнение кинематической волны

$$\frac{\partial \omega}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=0$$

$$Q=\omega c\sqrt{Ri} \qquad \mathbf{(3)}$$

Модели теории волн малой амплитуды [9] предполагают, что все изменения гидравлических элементов, обусловленные волновым движением, по сути величины малые, так что квадратами этих величин, а равно и их произведениями можно пренебречь. Линеаризуя уравнение Сен-Венана около установившего движения приводится к линейным уравнениям гиперболического типа с постоянными коэффициентами, значения которых определяются при начальном равномерном режиме.

Достоинством вышеприведенных моделей является использование небольшого количества общепринятых и неоднократно апробированных исходных положений, ясная и строгая математическая формулировка возникающих задач.

Недостатки гидравлических моделей в основном связаны с процессами в руслах рек, где наблюдается возникновение так называемых нетранзитных зон - закустаренных или других участков реки, где вода почти не движется. Нетранзитные зоны играют роль аккумулирующих емкостей, поэтому такие зоны не должны учитываться в живом сечении потока. Методы выделения транзитных зон пока не разработаны, вследствие чего они не учитываются в обычно используемых одномерных уравнениях движения воды. В каналах при правильном техническом обслуживании появление нетранзитных зон почти не наблюдается, вследствие чего указанные недостатки гидравлических моделей являются несущественными.

Во многих случаях на основе гидродинамической теории оказывается возможным выполнить детализированные расчеты протекания соответствующих физических явлений в многомерной пространственной области и во времени. Примером такого успешного приложения теории служат расчеты движения воды в виде длинных волн. Среди длинноволновых движений, подразделяемых по динамическим признакам, практически наиболее значимыми являются двумерные процессы в широких руслах рек, озерах, каналов и водохранилищах.

Многомерные гидродинамические процессы, характеризующиеся длинно-волновыми возмущениями, находят аналогию в различных областях механики и геофизики, акустике, газовой динамике, гидравлике, метеорологии, сейсмологии и в других направлениях науки.

Теория длинных волн принадлежит к классическим разделам гидродинамики. Исходным положением теории является гидростатический закон для давления

$$p(x,y) = \rho g(\xi(x,y) - z(x,y)) + p_0(x,y), \tag{4}$$

где x, y горизонтальные координаты, координатная плоскость $XOУ$ совпадает с невозмущенной поверхностью жидкости, вертикальная ось Z направлена вверх; ξ - превышение уровня воды над равновесным положением, ρ - плотность воды, g - ускорение силы тяжести. Так как ρ везде постоянная, что позволяет исключить из рассмотрения внутренние волны.

Допущение о гидростатичности давления в случае идеальной жидкости, имеет своим следствием независимость от z горизонтальных ускорений частицы жидкости (а следовательно, и горизонтальных составляющих скорости, если движение начинается из состояния покоя). Пренебрежение вертикальным ускорением приводит к закону гидростатики. Эта позволяет уменьшить размерность пространства, в котором изучается процесс, и рассматривать движение в двумерной плоскости XOY.

Наибольшее число приложений, решенных задач, ценных результатов с помощью теории двумерных длинных волн достигнуто, несомненно, при изучении астрономических приливов в океане. Вся история развития теории приливов со времен Ньютона представляет собой постепенное усложнение математического описания, опирающегося на некоторые неизменные физические принципы. Уже в статической теории приливов содержатся основные постулаты теории мелкой воды, и уравнения в этом случае выражают равновесие горизонтальных проекций силы градиента давления и приливообразующей силы. Основы теории и ее математическая формулировка по существу не изменились за 200 лет своего существования. Однако разнообразие, характер и сложность поставленных задач и методов их решения делают нелегким даже простое перечисление.

Самые ранние идеи, относящиеся к изучению двумерных течений воды с помощью аппарата ньютоновской механики, принадлежат, несомненно, самому Ньютону, сформулировавшему основные положения статической теории. Эри сформулировал множество задач о свободных и вынужденных приливных волнах в идеализированных бассейнах.

Общая постановка многомерных задач распространения длинных волн, если не предполагать движение периодическим во времени, приводит к краевым задачам для гиперболических уравнений. Решение гиперболических уравнений представляется, вообще говоря, более удобным, поскольку наряду с установившимся колебанием данной частоты, возникающим под воздействием периодической внешней силы или граничного режима, оно допускает описание явления, включающее переходные процессы между начальным и установившимся состояниями.

Самые простые случаи движения приводят к волновому уравнению и имеется группа задач удовлетворительно решаемая на основе такого упрощенного описания. Однако, большинство задач, в которых существенна нелинейность и к точности результата предъявляются высокие требования, формулируются в виде смешанных задач для квазилинейных гиперболических систем. Такие задачи наиболее трудных, и их появление в этом направлении ознаменовало начало современного этапа исследований.

Изменения, которые претерпевает в настоящее время классическая теория длинных волн, затрагивают самые различные ее стороны. Гидродинамический анализ процесса привел к более общему подходу при изучении длинноволновых движений на основе теории мелкой воды. Исследования Courant [27], связанные с поведением квазилинейных гиперболических уравнений, позволили получить для систем уравнений с симметричными матрицами, к которым, в частности, относятся уравнения, описывающие движение волн на мелкой воде, условия корректности постановки смешанной задачи. Прогресс вычислительной техники и численных методов интегрирования дифференциальных уравнений обеспечил основу для проведения широких исследований по созданию математических моделей соответствующих геофизических явлений. Наконец, в области практической реализации теории совершенствование методики и техники гидрометеорологических наблюдений они сделали возможным создание гидродинамических методов расчета этих явлений в различных реальных условиях. Рассмотрим подробнее некоторые из этих вопросов.

Из уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости

$$divV=0, \tag{5}$$

где V — вектор скорости.

Использование гидродинамической теории мелкой воды для решения различного рода практических задач связано с формулировкой их как некоторых краевых задач для системы дифференциальных уравнений. При этом с достаточной подробностью должны задаваться морфометрия водоема, вынуждающие и диссипативные силы, начальное состояние процесса во всей пространственной области, а также должен быть предложен некоторый метод нахождения решения уравнений. Совокупность этих элементов характеризует математическую модель изучаемого явлениях, и поскольку решение дифференциальной системы должно непрерывно зависеть от коэффициентов уравнений, правой части, начальных и граничных условий, то становится понятным, что эффективность и точность модели определяются многими факторами математического, гидрологического и метеорологического характера.

Вместе с тем ввиду сложности природных явлений функциональное задание соответствующих факторов и нахождение аналитических решений в большинстве случаев не удовлетворяли требованиям практики. Это, например, и прежде всего относится, к элементам обоснования гидротехнического проектирования и к построению методов прогноза колебаний уровня воды, связанных с различными возмущениями. Следует подчеркнуть, что по сравнению с другими океанологическими задачами исследования о длинноволновых возмущениях оказались в благоприятном положении. В самом деле, создание новых методов расчета гидрометеорологических явлений обязано успехам собственно гидродинамической теории и совершенствованию методики и техники наблюдений. Убедительным примером таких исследований являются достижения численных методов прогноза погоды. Именно здесь впервые нашли воплощение принципы «иерархии» процессов в атмосфере и отфильтровывание из общей системы уравнений нужных эффектов.

Движение длинной волны (рис. 1), описывается дифференциальным уравнением (Стокер, 1959)

$$\frac{dU}{dt} = F - g\nabla\xi \tag{6}$$

где $U = \{u(x,y,t), v(x,y,t)\}$ и $F = \{F_x(x,y,t), F_y(x,y,t),\}$ – скорость внешней силы на единицу массы, и вектор внешних сил, которые не зависят от вертикальной координаты, g – ускорение силы тяжести, ξ – превышение уровня жидкости над ее равновесным положением.

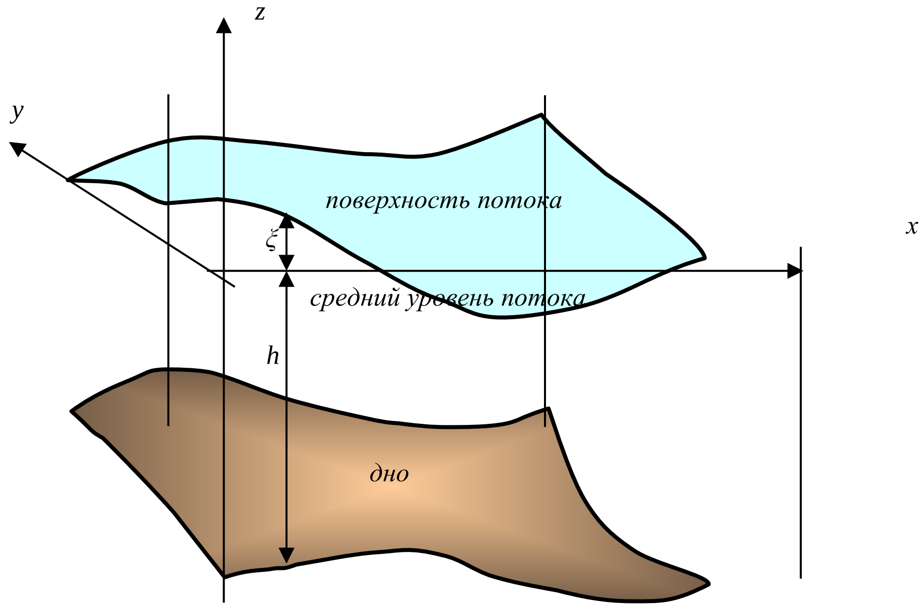

Рис. Схема движение длинной волны в осях координат XYZ..

Уравнение (3) выражает закон сохранения количества движения. Оно получается из основного уравнения механики сплошных сред

$$\frac{dV}{dt} = f + \frac{1}{\rho} divT \qquad (7)$$

где $\rho = \rho(x,y\ t)$ – плотность, $V = \{u,v,\omega\}$ – скорость частицы, f – внешняя сила

В предположении отсутствия тангенциальных напряжений для тензора напряжений T, характеризующего реакцию среды на внутренние силы; система напряжений в любой точке жидкости сводится к равномерному давлению (сжатию) и уравнение (6) получается, если принять для величины этого давления p гидростатический закон изменения

$$p = \rho g(\xi - z) + p_a \qquad (8)$$

(p_a – атмосферное давление на свободной поворхности) и положить p = const.

Внешними силами для рассматриваемых задач являются, кроме силы тяжести, сила трения ветра о водную поверхность, трение воды о дно, берега и атмосферное давление. Эти силы задаются как функции пространственных координат и времени, они должны входить в выражение для вектора внешних сил F в правой части уравнения (3). Отнесем ускорение частицы жидкости в этом уравнении к системе отсчета, неподвижно связанной с Землей, заменив левую часть уравнения на $\frac{dU}{dt} + 2\omega x U$ (ω - вектор угловой скорости вращения Земли). Полученное уравнение – уравнение Эйлера – в гидростатическом приближении описывает движение длинной волны в идеальной несжимаемой жидкости с учетом силы Кориолиса. Неизвестные функции $U = \{u, v\}$ и ξ определяются при некоторых начальных и условиях из уравнения (3) и уравнения неразрывности, выражающего закон сохранения массы в призматическом столбе жидкости между бесконечно близкими вертикальными плоскостями,

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}Hu+\frac{\partial}{\partial y}Hv=0 \qquad (9)$$

где $H(x,y,t) = h+ \xi$,

$h\ (x,y)$ – невозмущенная глубина жидкости.

Используя формула

$$\frac{dU}{dt}=\frac{\partial U}{\partial t}+(U\nabla)U\ , \qquad (10)$$

запишем проекции уравнения (3) на оси координатам:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+g\frac{\partial H}{\partial x}=\Phi_X\ , \qquad (11)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+g\frac{\partial H}{\partial y}=\Phi_X\ , \qquad (12)$$

где вектор

$\Phi = \{\Phi_x\ ,\ \Phi_y\ \} \equiv F\ \text{-}\ 2\omega\ x\ U + g\nabla\ h.$ (13)

В дальнейшем мы будем часто использовать удобную запись системы уравнений (4), (5) в виде одного векторного уравнения

$$\frac{\partial U}{\partial t}+A\frac{\partial U}{\partial t}+B\frac{\partial U}{\partial y}=\Phi. \qquad (14)$$

Здесь

$$U=\begin{pmatrix}u\\v\\H\end{pmatrix}\qquad A=\begin{pmatrix}u&0&g\\0&u&0\\H&0&u\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}v&0&0\\0&v&g\\0&H&v\end{pmatrix} \qquad (15)$$

Если A,B не зависят от U, а вектор Ф зависит от U нелинейно, система уравнений (14) называется почти линейной. В общем случае, когда матрицы A и B зависят от компонентов вектор U, (14) представляет квазилинейную систему уравнений гиперболического типа.

Двумерное уравнения Сен-Венана, описывающие неустановившееся течение воды в открытых руслах

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial (uh)}{\partial x}+\frac{\partial (vh)}{\partial y}+i=0,$$

$$\frac{\partial (uh)}{\partial t}+\frac{\partial (u^2h)}{\partial x}+\frac{\partial (uvh)}{\partial y}+g\frac{\partial (h^2/2)}{\partial x}=gh(S_{ax}-S_{fx}), \qquad (16)$$

$$\frac{\partial (vh)}{\partial t}+\frac{\partial (v^2h)}{\partial y}+\frac{\partial (uvh)}{\partial x}+g\frac{\partial (h^2/2)}{\partial y}=gh(S_{ay}-S_{fy}).$$

Здесь x – координата оси по длине; y – координата оси по ширине; t – время; $h=h(x,y,t)$ – глубина водной поверхности; $u=u(x,y,t)$ – продольная составляющая скорости водного потока; $v=v(x,y,t)$ – поперечная составляющая скорости водного потока; S_{ax} – уклон дна по оси x, S_{ay} – уклон дна по оси у, S_{fx} – уклон свободной поверхности воды по оси x, S_{fy} – уклон свободной поверхности воды по оси y; g – ускорение силы тяжести; $i(x,y,t)$ – интенсивность поступлений воды.

Ордината дна канала задается функцией $z_o(x,y)$, тогда уклоны дна по соответствующим координатам определяются

$$S_{ax} = \frac{\partial z_0}{\partial x},\ S_{ay} = \frac{\partial z_0}{\partial y}, \tag{17}$$

С помощью формулы Маннинга получим уклоны свободных поверхностей по ординатам.

$$S_{fx} = \frac{n^2 u(u^2+v^2)^{1/2}}{h^{4/3}}$$

$$S_{fy} = \frac{n^2 v(u^2+v^2)^{1/2}}{h^{4/3}}, \tag{18}$$

Уравнение (16) относится к двумерным уравнениям квазилинейным уравнениям гиперболического типа.

Введем замену переменных $p=uh$, $q=vh$. Тогда уравнение (16) имеет вид

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} + i = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p^2}{h} + \frac{gh^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{pq}{h}\right) + gh\frac{\partial z_0}{\partial x} + gn^2\frac{p(p^2+q^2)^{\frac{1}{2}}}{h^{\frac{7}{3}}} = 0$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{q^2}{h} + \frac{gh^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{pq}{h}\right) + gh\frac{\partial z_0}{\partial y} + gn^2\frac{p(p^2+q^2)^{\frac{1}{2}}}{h^{\frac{7}{3}}} = 0$$

(19)

Записывая эти уравнения в векторной форме, получим

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} + \mathbf{D} = 0, \tag{20}$$

где **U**,**F**,**G** и **D** векторы функции

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} h \\ p \\ q \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} p \\ \frac{p^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \\ \frac{pq}{h} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} p \\ \frac{pq}{h} \\ \frac{q^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \end{pmatrix}, \tag{21}$$

$$\mathbf{D}=\begin{pmatrix} i \\ gh\dfrac{\partial z_0}{\partial x}+gn^2\dfrac{p(p^2+q^2)^{\frac{1}{2}}}{h^{\frac{7}{3}}} \\ gh\dfrac{\partial z_0}{\partial y}+gn^2\dfrac{q(p^2+q^2)^{\frac{1}{2}}}{h^{\frac{7}{3}}} \end{pmatrix}, \qquad (22)$$

Так как функции *F(U)* и *G(U)* зависят от функции *U*, уравнение (21) запишем в следующем виде

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}+\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x}+\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{U}}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y}+\mathbf{D}=0. \qquad (23)$$

Окончательно запишем уравнение (23) в векторно-матричной форме.

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}+\mathbf{A}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x}+\mathbf{B}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y}+\mathbf{D}=0, \qquad (24)$$

где

$$\mathbf{A}=\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\dfrac{p^2}{h^2}+gh & \dfrac{2p}{h} & 0 \\ -\dfrac{pq}{h^2} & \dfrac{q}{h} & \dfrac{q}{h} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}=\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{U}}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\dfrac{pq}{h} & \dfrac{q}{h} & 0 \\ -\dfrac{q^2}{h^2}+gh & 0 & \dfrac{2q}{h} \end{pmatrix}. \qquad (25)$$

Без учета инерционных членов уравнение (16) имеет вид

$$\begin{aligned} &\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial (uh)}{\partial x}+\frac{\partial (vh)}{\partial y}+i=0, \\ &\frac{\partial h}{\partial x}=S_{ax}-S_{fx}, \\ &\frac{\partial h}{\partial y}=S_{ay}-S_{fy}. \end{aligned} \qquad (26)$$

Данное уравнение относится к двумерным уравнениям параболического типа

Таким образом, двумерное уравнение Сен-Венана, описывающее неустановившееся течения воды в открытых руслах, в векторно-матричной форме имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}+\mathbf{A}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x}+\mathbf{B}\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y}+\mathbf{D}=0, \qquad (x, y) \in \Omega \qquad (27)$$

где $\mathbf{U}=\{h, p, q\}$.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{p^2}{h^2} + gh & \frac{2p}{h} & 0 \\ -\frac{pq}{h^2} & \frac{q}{h} & \frac{p}{h} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\frac{pq}{h} & \frac{q}{h} & \frac{p}{h} \\ -\frac{q^2}{h^2} + gh & 0 & \frac{2q}{h} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} i \\ gh\frac{\partial z_0}{\partial x} + gn^2\frac{p(p^2+q^2)^{1/2}}{h^{7/3}} \\ gh\frac{\partial z_0}{\partial y} + gn^2\frac{q(p^2+q^2)^{1/2}}{h^{7/3}} \end{pmatrix}.$$

Здесь x – координата оси по длине; y – координата оси по ширине; t – время; $h=h(x,y,t)$ – глубина водного потока; $p=uh=p(x,y,t)$ – продольная составляющая расхода водного потока; $q=vh=q(x,y,t)$ – поперечная составляющая расхода водного потока; $u= u(x,y,t)$ – продольная составляющая скорости воды водного потока; $v=v(x,y,t)$ – поперечная составляющая скорости водного потока; $\partial z_0/\partial x$ – у ∂x клон дна по оси x, $\partial z_0/\partial y$– уклон дна по оси y, n – коэффициент шероховатости, g – ускорение силы тяжести; $i(x,y,t)$ – интенсивность поступления воды.

Заключение

Предлагаемая научная работа направлена на решение научно-технической проблемы совершенствование управления водными ресурсами пространственно распределенных водохозяйственных объектов (широкие участки рек и крупных каналов, а также водохранилищ). Управление таких водохозяйственных объектов затрудняется из-за значительной пространственной распределенности объектов и различных гидротехнических сооружений (ГТС и инерционности переходных процессов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ЛИТЕРАТУР

1. Rakhimov, S., Seytov, A., Nazarov, B., Buvabekov, B., Optimal control of unstable water movement in canals of irrigation systems under conditions of discontinuity of water delivery to consumers. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 883 (2020) 012065, Dagestan, 2020, IOP Publishing DOI:10.1088/1757-899X/883/1/012065 (№5, Scopus, IF=4,652)

2. Shavkat Rakhimov, Aybek Seytov, Nasiba Rakhimova, Bahrom Xonimqulov. Mathematical models of optimal distribution of water in main canals. 2020 IEEE 14th International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT), INSPEC Accession Number: 20413548, IEEE Access, Tashkent, Uzbekistan, DOI:10.1109/AICT50176.2020.9368798 (AICT) pp. 1-4,(№ 5, Scopus, IF=3,557)
3. Rakhimov, S., Seytov, A., Kudaybergenov, A. Modeling and optimization of water supply processes at large pumping stations. Global and Stochastic Analysis, 2021, 8(3), стр. 57–62.
4. Kabulov A.V., Seytov A.J., Kudaybergenov A.A. Optimal water distribution in large main canals of irrigation system // Global and Stochastic Analysis. – 202 Vol.8, No.3. Pp. 45-53. (№3 Scopus IF = 9.6246)
5. Seytov, A., Turayev, R., Jumamuratov, D., Kudaybergenov, A. Mathematical Models for Calculation of Limits in Water Resources Management in Irrigation Systems. International Conference on Information Science and Communications Technologies: Applications, Trends and Opportunities, ICISCT 2021, 2021
6. Shavkat Rakhimov, Aybek Seytov, Murod Sherbaev, et al. Algorithms for solving the problems of optimizing water resources management on a reservoir seasonal regulation. AIP Conference Proceedings 2432, 060023 (2022); https://doi.org/10.1063/5.0090412
7. Rakhimov S., Seytov A., Rakhimova N., Xonimqulov B. Mathematical models of optimal distribution of water in main channels // 4th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies, AICT 2020 - Proceedings, 2020, 9368798. (№ 3, Scopus, IF=3,557).
8. Ilkhomjon Makhmudov, Daniyar Jumamuratov, Aybek Seytov, Umidjon Sadiev, Uktam Jovliev, Jonibek Shonazarov, Oybek Muminov, Muzaffar Ruziev, Muxtorbek Yusupov. Mathematical Models Of Typical Elements Of Water Management Systems. Journal of Positive School Psychology http://journalppw.com 2022, Vol. 6, No. 6, 6871-6877.
9. Ilkhomjon Makhmudov, Rasul Turaev, Aybek Seytov, Navruz Muradov, Umidjon Sadiev, Uktam Jovliev, Dilbar Makhmudova, Muzaffar Ruziev, Mamatkobil Esonturdiyev. Optimal Management Of Water Resources Of Large Main Canals With Cascades Of Pumping Stations. Journal of Positive School Psychology http://journalppw.com 2022, Vol. 6, No. 6, 6878-6884.
10. [13] Solayeva, M. N., Yusupov, M. R., Abdullayev, Sh. A. Ba'zi bir ajoyib limitlarga oid misollarni noananaviy uslublardan foydalanib yechish usullari. TABIIY-ILMIY FANLARNI O‘QITISHDA FUNDAMENTAL VA AMALIY YONDASHUVLAR Respublika ilmiy anjuman materiallari to‘plami, (2022). 1(1), p.164-168.
11. [14] E. M. Mahkamov, S. D. Eshmetova. CHEGIRMALAR YORDAMIDA XOSMAS INTEGRALLARNI HISOBLASH USULLARI// ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 9 | 2021 p. 91-100
12. [15] Radjabov, B. S., Matmurodov, A. K., Abdullayev, S. A. Aniq emas integralni xisoblash usullari mavzusni o‘qitishda klaster metodidan foydalanish. Mug'allim, (2021). 1(1), p.118-122

13. [16] Abdullayev, S. A. O. G. L., & Ahmadjonova, M. A. Q. MATLAB TIZIMIDA ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI YECHISH. Academic research in educational sciences, (2021), 2(11), p. 1576-1584.
14. [17] M. Gaipov, Q. Eshqorayev, Sh. Abdullayev. O'quvchilarni irratsional tenglamalarni yechishga o'rgatishning zamonaviy metodlari. Mug'allim, (2022), 3(1), p. 84-86