YUQORI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR. TARTIBI PASAYUVCHI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR. IKKINCHI TARTIBLI O'ZGARMAS KOEFFISIYENTLI, BIR JINSLI VA BIR JINSLI BO'LMAGAN DIFFERENSIAL TENGLAMALAR

Marjona Nurmuhammadqizi Saidmamadova
Chirchiq davlat pedagogika universiteti magistranti

Maqsadbek Karimo'g'li G'ulomov
Chirchiq davlat pedagogika universiteti 3-bosqich talabasi

ANNOTATSIYA

Hozirgi kunda matematikaning differensial tenglamalar bo'limi juda rivojlanmoqda.Ta'lim sohasida esa alohida e'tibor qaratilmoqda shu bilan birgalikda differensial tenglamalar orqali ko'pgina madsalalar o'z yechimini topmoqda.Differensial tenglamalarga oid masalalarni yechishada turli sihalarda keng qo'llanilmoqda.Masalan:ta'lim,tibbiyot,qurilish va boshqalar. Yuqori tartibli differensial tenglamalarni tartibini pasaytirish hamda ularning yo'llari, ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffitsentli differensial tenglamalar hamda bir jinsli bo'lgan va bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamalarni yechish usullari hamda yo'llari orqali differensial tenglamalar faniga bir muncha kirib boramiz hamda ularni o'rganamiz.

Kalit so'zlar: Differensial tenglamalar, xususiy hosila, oddiy differensial tenglamalar, tenglamaning tartibi, chiziqli differensial tenglama, bir jinsli chiziqli differensial tenglama.

ANNOTATSION

Today, the differential equations section of mathematics is developing very much. Special attention is being paid in the field of education, and many problems are being solved through differential equations. It is widely used in various fields to solve problems related to differential equations. For example : education, medicine, construction and others. We will get a little deeper into the science of differential equations by reducing the order of higher-order differential equations and their ways, second-order differential equations with constant coefficients, and the methods and ways of solving homogeneous and non-homogeneous differential equations. we learn.

Keywords: Differential equations, particular derivative, ordinary differential equations, order of the equation, linear differential equation, homogeneous linear differential equation.

АННОТАЦИЯ

В настоящее время раздел математики, посвященный дифференциальным уравнениям, очень активно развивается.Особое внимание уделяется в сфере образования, и многие задачи решаются с помощью дифференциальных уравнений.Он широко используется в различных областях для решения задач, связанных с дифференциальными уравнениями.Для Пример: образование, медицина, строительство и другие. Немного углубимся в науку о дифференциальных уравнениях, понизив порядок дифференциальных уравнений высших порядков и их способы, дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, а также методы и способы решения однородных и неоднородных дифференциальных уравнений. мы учим.

Ключевые слова: Дифференциальные уравнения, частная производная, обыкновенные дифференциальные уравнения, порядок уравнения, линейное дифференциальное уравнение, линейное однородное дифференциальное уравнение..

KIRISH

Ikkinchi tartibli differensial tenglamalarni yechish uchun ularni birinchi bo'lip shaklini bilip olishimiz kerak.

$y'' = f(x)$ ko'rinishdagi tenglamalar rng soda, ikkinchi tartibli differensial tenglamalar deyiladi. Bunday tenglamalarni $y' = dy/dx = p$ belgilash kiritib yechiladi. U holda

$$y' = dy/dx = f(x)$$

yoki

$$dp = f(x)dx$$

bo'ladi.

Ikkala tomondan integral olsak: $p = \int f(x)dx = F_1(x) + C_1$ bo'ladi. Bundan

$$p = dy/dx = F_1(x) + C$$
$$dy = [F_1(x) + C_1]dx$$

yana bir marta integral olsak:

$$y = \int F_1(x)dx + C_1 \int dx \text{ Yoki}$$
$$y = F_2(x) + C_1x + C_2.$$

Bu berilgan , ikkinchi tartibli differensial tenglamaning umumiy yechimi bo'ladi.

Misol. $y'' = \sin x$ tenglamani yeching.

Yechishi. $y' = dy/dx = p$ belgilash kiritamiz, natijada:

$y' = dy/dx$ yoki $dy/dx = \sin x$ $\quad p = \int \sin x dx = -\cos x + C_1$ $\quad dy/dx = -\cos x + C_1$,

bundan $dy = (-\cos x + C_1)dx$

Integeal olsak: $y = -\int \cos x dx + C_1 \int dx.$

Shunday qilib, umumiy yechim quyidagicha bo'ladi:

$$y = -\sin x + C_1x + C_2 .$$

Tekshirish: $y' = +(-\sin x + C_1x + C_2)'$ yoki $y' = -\cos x + C;\ y'' = \sin x.$

Bir jinsli chiziqli tenglamalar. Ushbu $a_0y'' + a_1y' + a_2y = f(x)$

(bunda a_0, a_1, a_2, $f(x)$ lar x ning funksiyalari yoki o'zgarmas sonlar) ko'rinishdagi tenglama ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglama deyiladi.

Agar $f(x) = 0$ bo'lsa tenglama, ya'ni

$$y'' + a_1y' + a_2y = f(x) \quad (1)$$

tenglama *bir jinsli chiziqli tenglama* deyiladi. (1) va (2) tenglamalarning chap tomoni y, y', y'' larga nisbatan birinchi darajali bir jinsli funksiyadir.

1 - teorema. Agar y_1 va y_2 - ikkinchi tartibli bir jinsli $y' + a_1y'' + a_2y = 0$ differensial tenglamaning ikkita xususiy yechimi bo'lsa, u holda $y_1 + y_2$ ham bu tenglamaning yechimi bo'ladi.

Isbot. y_1 va y_2 lar tenglamaning yechimi bo'lgani uchun

$$y_1 + a_1y_1 + a_2y_1 = 0 \quad (3)$$

$$y_2 + a_1y_2 + a_2y_2 = 0$$

bo'ladi. (2) tenglamaga y_1+y_2 ni qo'yamiz va (3) ni e'tiborga olsak:

$$(y_1+ y_2)//+a_1(y_1+ y_2)/+a_2(y_1+ y_2)=(y_1''+a_2y_1'+ a_2y_1)+(y_2''+a_1y_2'+a_2y_2)=0+0=0$$

bo'ladi va $y_1 + y_2$ ham tenglamaning yechimi ekanligi kelib chiqadi.

2 - teorema. Agar y_1 (22) tenglamaning yechimi bo'lib, C ixtiyoriy o'zgarmas miqdor bo'lib, u holda Cy_1 ham (22) tenglamaning yechimi bo'ladi.

Isbot. (22) tenglamaga Cy_1 ni qo' yamiz, u holda

$$Cy''_1+Ca\,y'_1+Ca_2y=C\,(Cy''_1+ a\,y'_1+a_2y)=C*0=0$$

Bo'ladi. Teorema isbotlandi.

3 - teorema. Agar y_1 va y_2 (2) tenglamaning ikkita chiziqli erkli yechimi bo'lsa, u holda $y=C_1y1+C_2y_2$ (bu yerda C_1 va C_2 ixtiyoriy o'zgarmas miqdorlar) ham (2) tenglamaning umumiy yechimi bo'ladi.

Bu teoremaning isboti 1 - va 2 - teoremalarda kelib chiqadi.

O'zgarmas koeffisiyentli ikkinchi tartibli bir jinsli chiziqli tenglamalar.

Ta'rif: O'zgarmas koeffisiyentli bir jinsli differensial tenglama deb:

$$y''+py'+qy=0 \quad (4)$$

ko'rinishdagi tenglamaga aytiladi.

Bunda yuqoridagi teoremalarga asosan bu tenglamaning umumiy yechimini topish uchun uning ikkita chiziqli erkli xususiy yechimini topish yetarlidir.

Tenglamani yechish uchun $y=e^{kx}$ deb faraz qilamiz, bu yerda k nolga teng bo'lmagan o'zgarmas son.

Hosilalarni topamiz:

$$y'=ke^{kx}, \qquad y''=k^2e^{kx}.$$

Bularni (4) tenglamaga keltirib qo'yamiz:

$$k^2e^{kx}+pke^{kx}+q\,e^{kx}=0 \quad (5)$$

$e^{kx}\neq 0$ bo'lgani uchun (5) tenglamada

$$k^2+pk+q=0 \quad (6)$$

bo'ladi. Demak, k (2) tenglamani qanoatlantirsa, e^{kx} tenglamaning yechimi bo'ladi.

Xarakteristik tenglama.

(6) tenglama (4) tenglamaning *xarakteristik tenglamasi* deyiladi. (5) tenglama ikkita ildizga ega bo'ladi, ularni $k1$ va $k2$ bilan belgilaymiz:

$k_1=-p/2+\sqrt{((p^2/4)-q)}$; $k_1=-p/2-\sqrt{((p^2/4)-q)}$;

Bu yerda quyidagi hollar bo'lishi mumkin:

1. k_1 va k_2 haqiqiy va bir - biriga teng emas ($k_2 \neq k_2$):
2. k_1 va k_2 haqiqiy va bir - biriga teng ($k_t = k_2$):
3. k_1 va k_2 kompleks sonlar;

Har bir holni alohida - alohida ko'rib chiqamiz:

a) xarakteristik tenglamaning ildizlari haqiqiy va har xil ($k_t \neq k_2$).

Bu holda $y_1 = e_1^{k1x}, y_2 = e^{k2x}$

funksiyalar xususiy yechimlar bo'lib, tenglamaning umumiy yechimi

$$y = C\, e_1^{k1x} + C_2\, e^{k2x} \tag{7}$$

ko'rinishda bo'ladi.

Haqiqatan ham, $y^{/}$ va $y^{//}$ larni topamiz:

$$y_1\ C_1\ k\ e^{k1x} + C_2\ k_2\ e^{k2x},\ y^{//} = C_1\ k^2_1\ e^2_2 + C_2\ k^2_2\ e^{k2x};$$

bularni (7) tenglamaga qo'yamiz:

$$C_1 k^2_1\ e^2_2 + C_2\ k^2_2 e^{k2x} + q(N_1 k_1\ e^{k1\ x} + C_2\ k^2_2 e^{k2x}) + q(C_1 e^{k2x} \qquad + C_2\ e^{k2x}) = 0.$$

Chap tomondagi qavslarni ochib, gruppalaymiz:

$$(N_1 k_1{}^2\ e^{k2\ x} + pC_1\ k_1 e^{k1x} + qC_1\ e^{k1x}) + (C_2\ k^2_2 e^{k2x} + qC_2\ e^{k2x}) = 0$$

yoki

$$C_1\ e^{k1x}\ (k_1^2 + pk_1 + q) + C_2 e^{k1x}\ (k_2^2 + pk_2 + q) = 0. \tag{4}$$

k_1 va k_2 lar (2) tenglamaning ildizlari bo'lganligi uchun, (4) ning chap tomonidagi qavs ichidagi ifodalar nolga teng va umuman chap tomoni ham nolga teng bo'ladi.

Demak, $y = C_1 e^{k1x} + C_2 e^{k2x}$ funksiya berilgan differensial tenglamaning umumiy yechimi bo'ladi.

Misol. $y^{//} - 8y^{/} + 15y = 0$ tenglamaning xarakteristik tenglamasi $k_1=5;\ k_2=3$ ildizga ega.

Demak, tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha bo' ladi

$$y = C_1 e^{5x} + C_2 e^{3x}\ .$$

b) xarakteristik tenglamaning ildizlari haqiqiy va teng.

Bu holda $k = k_2 = p/2$ bo'lib, $2k_1 = -p$ Yoki $2k_1 + p = 0$

bo'ladi.

Bitta xususiy yechimi $y_1 = e^{k1x}$ ma'lumdir. Ikkinchi xususiy yechimini

$$y_2 = u(\ x\ )e^{k1x}$$

ko'rinishda izlaymiz. Bu yerda $u(x)=u$ aniqlanishi kerak bo'lgan noma'lum funksiya. $u(x)$ ni aniqlash uchun $y_2^{/}$ va $y_2^{//}$ larni topamiz:

$$y_2^{/} = u^{/}\ e^{k1x} + uk_1 e^{k1x=}\ e^{k1x}(\ u^{/} + uk_1),$$

$$y_2^{//} = u^{/}\ e^{k1x} + u^{/} k_1 e^{k1x} + u^{/} k_1 e^{k1x} + uk^2{}_1 e^{k1x} = (\ u^{/} + 2k_1\ u^{/} + uk^2{}_1).$$

Bularni (25) tenglamaga keltirib qo'yamiz:

$$e^{\ k1x}\ [(\ u^{//} + 2k_1\ u^{/} + k^2{}_1 u\ ) + pe^{\ k1x}(u^{/} + k_1 u\ ) + qu\ ] = 0$$

yoki

$$e^{\ k1x}\ [u^{//} + (\ 2\ k + p\ )u^{/} + (k^2{}_1 + k_1\ p + q\ )u\ ] = 0$$

k xarakteristik tenglamaning karrali ildizi va $k_1+p=0$ bo'lgani uchun $e^{\ k1x} u^{//} = 0$ yoki $u^{//}=0$ bo'lishi kerak. Uni integrallab

$$u(x) = Ax + B$$

ni topamiz. Xusuxiy holda $B=0,\ A=1$ deb olsak, $u(x)=x$ bo'ladi.

Shunday qilib, ikkinchi xususiy yechim kabi $y = xe^{\ kx}$ bo'ladi.

Bularni nazarda tutsak, umumiy yechimni

$$y = (C_1e^{k1x} + C_2xe^{k1x} = e^{k1z}(C_t + C_2x)$$

ko'rinishida yozish mumkin.

Misol. $4y^{//} - 12y^{/} + 9y=0$ tenglamaning xarakteristik tenglamasi $4k^2 - 12k+9=0$ bo'lib uning ildizlari $k_1 = k_2 = 3/2$ dir.

Demak, tenglamaning umumiy yechimi

$$У = (C_1 + C_2x)e^{3/2}x.$$

v) xarakteristik tenglamaning ildizlari komoleks sonlar bo'lgan hol. Ildizlar $k_1 = a + i\beta$ $k_2 = a - i\beta$ ko'rinishda bo'lsin. U holda differensial tenglamaning xususiy yechimlari $y_1=e^{(\alpha+i\beta)x}$, $y_2=e^{(\alpha-i\beta)x}$ ko'rinishda bo'ladi. y_1 va y_2 lar tenglamani qanoatlantiradi. Biz quyidagi natijadan foydalanamiz:

Agar haqiqiy koeffisiyentli bir jinsli chiziqli tenglamaning xususiy yechimi kompleks sonlardan iborat bo'lsa, u holda uning haqiqiy va mavhum qismlari ham shu tenglamaning yechimi bo'ladi. Binobarin, xususiy yechim

$$\mathbf{e^{(\alpha+i\beta)x} = e^{ax}\cos\beta x + ie^{ax}\sin\beta x}$$

bo'lgani uchun $e^{ax}\cos\beta x, e^{ax}\sin\beta x$ lar ham (26) tenglamaning yechimi bo'ladi. shunday qilib, (2) differensial tenglamaning umumiy yechimi

$$y = e^{ax}(C_1\cos\beta x + C_2\sin\beta x)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Misol. $y^{//}-4y^{/}+7y=0$ tenglamaning xarakteristik tenglamasi $k^2 -4k+7=0$ bo'lib, uning ildizlari $k_1 = 2 + i\sqrt{3}$; $k_2 = 2 - i\sqrt{3}$; dan iborat. Tenglamaning umumiy yechimi quyidagicha bo'ladi: $y = e^{2x}(C, \cos\sqrt{3} + C_2\sin\sqrt{3}x)$.

Xulosa

O'quvchilarni differensial tamglamalar fanining o'zgarmas koefisiyentli yuqori tartibli differensial tenlamalar mavzusini o'qitishda xarakteristik tenglama ildizlarini turli xil hollaririda unng umumiy yechimini topishni bilish katta ahamiyat kasb etadi. Ushbu maqolada shu hollarni to'liq va tushunarli qilib tushuntirish yo'llari keltirilgan. Demak ushbu hollarin bilish o'quvchilarni shu mavzuga doir misollarni yechishda qiyinchiliklarni yengishga kata yordam beradi.

REFERENCES

1. D.Q.Durdiyev."Xususiy hosilali differensial tenglamalar", Toshkent, VNESHINVESTPROM nashriyoti, 2019.
2. N.S.Piskunov."Differensial va integral hisob",O'qituvchi nashriyoti, Toshkent 1974.
3. Ваисова, Г. А. (2022). Аҳолининг жисмоний маданиятини оширишда оммавий спортнинг ўрни. Теоретические практические проблемы, 1(1), 579-582.
4. Akhmedovna, V. G. (2020). Teaching the multilevel class. *Modern scientific challenges and trends*, 5(15), 77-80.
5. Ваисова, Г. А. (2020). Оммавий спорт ва жисмоний тарбия тадбирларининг ижтимоий аҳамиятини ошириш. 2020 йилда ўтказиладиган XXXII ёзги олимпия ва xvi паралимпия ўйинлари, 1(1), 429-431.

6. Suyunova, G. U., & Usmonov, B. Z. (2021). BIOLOGIYA FANINI O'RGATISHDA AXBOROT-KOMMUNIKATSIYA TEXNOLOGIYALARI O'RNI VA VAZIFALARI. ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES, 2(3), 669-678.
7. Туньян, А. А., Тошпулатов, Х. М., Ибрагимов, Ф. З., Умматов, А. А., Пулатов, А. А., Ашуркова, С. Ф. (2021). Развитие паралимпийского спорта в Ташкентской области. Спорт и социум, 5(14), 76-78.
8. Vladimirovich, G. Y. (2022). PRECEDENT-RELATED NOMINALS: CLASSES AND ORIGINS. Web of Scientist: International Scientific Research Journal, 3(12), 212-217.
9. Akhmedov, B. A., Askarova, M. R., Xudayqulova, F. B., Tojiboeva, G. R., Artikova, N. S., Urinova, N. S., ... & Omonova, S. M. (2022). PEDAGOGICAL SCIENCE EDUCATION MANEGMENT IN TEACHING SCIENCE OF PEDAGOGICAL SCIENCES. Uzbek Scholar Journal, 10, 529-537.