European Journal of Interdisciplinary Research and Development
Volume-10 Dec. - 2022
Website: www.ejird.journalspark.org ISSN (E): 2720-5746

БАЪЗИ БИР АЖОЙИБ ЛИМИТЛАРГА ОИД МИСОЛЛАРНИ НОАНЪАНАВИЙ УСЛУБЛАРДАН ФОЙДАЛАНИБ ЕЧИШ УСУЛЛАРИ

Алланазар Раззакбердиевич Қутлимуротов
“Алгебра ва математик анализ” кафедраси доценти
Чирчиқ давлат педагогика университети

Аннотация

функцияларнинг лимити учун ажойиб лимитларни мактаб ўқувчиларига ўргатишнинг осон ва қулай усулларини кўриб чиқамиз ва исбот қиламиз. Ажойиб лимитларга оид мисоллар ва уларни ечиш усуллари, лимитнинг тадбиқларини кўриб чиқамиз. Ажойиб лимитларни мактаб ўқувчиларига ўргатишдан мақсад шуки функция ҳосиласи жадвалини исботлаб келтириб чиқаришда қўллаймиз.

Калит сўзлар: функция, функция лимити, ажойиб лимит, аниқмаслик, кетма-кетлик.

Аннотация: мы рассматриваем и доказываем простые и удобные способы обучения школьников отличным пределам предела функций. Мы рассмотрим примеры необычных ограничений и способы их решения, реализацию ограничения. Цель обучения школьников отличным пределам состоит в том, что мы используем их при доказательстве таблицы доходности функций.

Ключевые слова: функция, предел функции, превосходный предел, неопределенный, последовательность.

Annotation

We consider and prove easy and convenient ways to teach excellent limits to the limit of functions to schoolchildren. We will consider examples of unusual limits and ways to solve them, the implementation of the limit. The purpose of teaching excellent limits to schoolchildren is that we use them in proving the table of function yield.

Keywords: function, function limit, excellent limit, indeterminate, sequence.

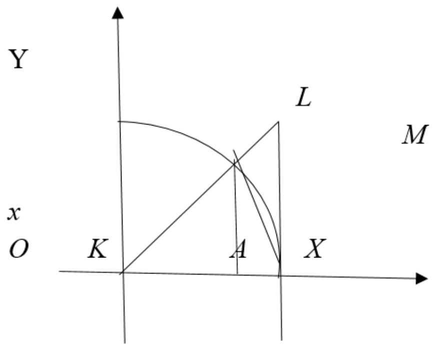
Кириш:

Инсоният яралибдики ҳар бир ихтиронинг яратилишига сабаб ва асослар мавжуд. Шу каби математиканинг барча тушунчаларининг келиб чиқишига асослар мавжуд. Масалан ҳосила мавзусининг келиб чиқишига ҳам сабаблар мавжуд яъни физика фанидан маълумки моддий нуқтанинг босиб ўтган йўли вақтга боғлиқ функция сифатида берилган бўлса у ҳолда бу функциянинг ҳосиласи моддий нуктанинг маълум бир оралиқдаги оний тезлигини беради. Шу ва шунга ўхшаган мисоллар сабаб ҳосила тушунчаси кириб келган ва ҳосила тушунчасининг ўзи эса функция лимитига чамбарчас боғлиқ тушунчадир. Шунинг учун биз ҳосила мавзусини ўргатишдан олдин маълум миқдорда лимитла мавзуси тўғрисада ҳам тўҳталиб ўтишимиз лозим.

1. Усуллар ва натижалар

Ушбу мақолада кетма-кетлик ва функцияларнинг лимитларида учрайдиган баъзи бир аниқмасликларни кўриб ўтамиз. Шу кунга қадар $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty$ кўринишидаги аниқмасликларни кўриб уларни очишни ўрганган эдик. Эндиликда эса $\frac{0}{0}$ аниқмасликни ҳам бартараф қилишни ўрганамиз.

Яъни биринчи ажойиб лимит $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{sinx}{x} = 1$ ушбу тенгликни исботлаймиз [3]. Бунинг учун координаталар системасида маркази O нуқтада бўлган ва радиуси бирга тенг бўлган бирлик айлана чизамиз ва марказий бурчаги x га тенг бўлган ёйни қараймиз.



Шаклдан қуйидагиларга эга бўламиз. $S_1 = \Delta MOA, S_2 = MOA$ сектор, $S_3 = \Delta LOA$ учбурчак ва секторларнинг юзалари бўлса у ҳолда қуйидаги тенгсизликлар ҳосил бўлади. $S_1 < S_2 < S_3$ энди юзаларни ҳисоблаймиз $S_1 = \frac{1}{2} OA \cdot MK = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot sinx = \frac{1}{2} \cdot sinx$, $S_2 = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot \overset{\frown}{MA} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot x = \frac{1}{2} x$, $S_3 = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot LA = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot tgx = \frac{1}{2} tgx$, $\frac{1}{2} sinx < \frac{1}{2} < \frac{1}{2} tgx$ эканлиги келиб чиқади. Тенгсизликни $sinx > 0$ га бўламиз. Бундан эса $1 < \frac{x}{sinx} < \frac{1}{cosx}$ ёки $cosx < \frac{sinx}{x} < 1$. Энди $x < 0$ бўлсин. $\frac{\sin(-x)}{-x} = \frac{sinx}{x}, \cos(-x) = cosx$ эканлигидан $x < 0$ да ҳам $cosx < \frac{sinx}{x} < 1$ тенгсизлик ўринли бўлади ва тенгсизликнинг икки четки ҳадлари 1 га интилганлиги учун ўртадаги ҳад ҳам 1 га интилади. Бундан эса $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{sinx}{x} = 1$ эканлиги келиб чиқади.

Исботланган иккита ажойиб лимитларга оид мисолларни кўриб чиқамиз.

Мисол: $\lim\limits_{n\to\infty} (\frac{2n+1}{2n-1})^{3n-4}$ кетма-кетлик лимитини ҳисобланг [2,3].

$$\lim_{n\to\infty} (\frac{2n+1}{2n-1})^{3n-4} = \lim_{n\to\infty} (\frac{2n-1+2}{2n-1})^{3n-4} = \lim_{n\to\infty} (1 + \frac{2}{2n-1})^{3n-4} = \lim_{n\to\infty} (1 + \frac{2}{2n-1})^{\frac{2n-1}{2} \cdot \frac{2}{2n-1} \cdot (3n-4)} \lim_{n\to\infty} e^{\frac{2(3n-4)}{2n-1}} = \lim_{n\to\infty} e^{\frac{6-\frac{8}{n}}{2-\frac{1}{n}}} = e^3$$

Мисол: $\lim\limits_{n\to\infty} (\frac{n^2-1}{n^2+1})^{3n-n^2}$ кетма-кетлик лимитини ҳисобланг [1,2].

Ечиш: Бу лимитни ҳам кетма-кетлик учун ажойиб лимит кўринишига келтирамиз, яъни

$\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{n^2-1}{n^2+1})^{3n-n^2} = \lim\limits_{n\to\infty}(1-\frac{2}{n^2+1})^{3n-n^2}$ кейинги ифодада кавсни ичидаги ифодани йиғиндига келтириш керак сабаби формула йиғинди бўлган ҳолда берилган.

$$\lim_{n\to\infty}(\frac{n^2-1}{n^2+1})^{3n-n^2} = \lim_{n\to\infty}(1-\frac{2}{n^2+1})^{3n-n^2}$$
$$= \lim_{n\to\infty}(1+(-\frac{2}{n^2+1}))^{3n-n^2}$$
$$= \lim_{n\to\infty}(1+(-\frac{2}{n^2+1}))^{-\frac{n^2+1}{2}\cdot(-\frac{2}{n^2+1})3n-n^2} = \lim_{n\to\infty} e^{-\frac{3n-n^2}{n^2+1}} = \lim_{n\to\infty} e^{\frac{1-\frac{3}{n}}{1+\frac{1}{n^2}}} = e$$

Кейинги мисолларда функциянинг биринчи ажойиб лимитига оид мисоллар ишлаймиз.

Мисол: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-sinx}{x+sinx}$ функция лимитини ҳисобланг [5].

Ечиш: функциянинг биринчи ажойиб лимити $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{sinx}{x} = 1$ кўринишда бўлганлиги учун, юқоридаги мисолни ҳам шу кўринишга келтирамиз. Яъни каср сурат ва махражини x аргументга бўламиз ва : $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-sinx}{x+sinx} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\frac{sinx}{x}}{1+\frac{sinx}{x}}$ бу тенгликдан эса лимит ҳисобласак қуйидаги кўринишга келади. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-sinx}{x+sinx} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\frac{sinx}{x}}{1+\frac{sinx}{x}} = \frac{1-1}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$

Мисол: $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{sin3x}{sin2x}$ функция лимитини ҳисобланг [3,5].

Ечиш: Бу функциянинг лимитини топиш учун аргументни нолга интилтириб ажойиб лимитга келтириб ҳисоблаш керак. Бунинг учун $x-\pi = t$ белгилаш киритамиз. Бунда $x\to\pi \quad t\to 0$ бўлади ва аргумент $x = t+\pi$ энди топилган ифодаларни юқоридаги тенгликка олиб бориб қўйиб қуйидагига эга бўламиз. $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{sin3x}{sin2x} = \lim\limits_{t\to 0}\frac{\sin(3\pi+3x)}{\sin(2\pi+2x)}$ бу тенгликда келтириш формуласидан фойдалансак у ҳолда тенглик қуйидаги кўринишга келади.

$$\lim_{t\to 0}\frac{-sin3t}{sin2t} = -\lim_{t\to 0}\frac{\frac{sin3t}{3t}\cdot 3t}{\frac{sin2t}{2t}\cdot 2t} = -\frac{3}{2}.$$

Мисол: $\lim\limits_{x\to 0}(cos2x)^{1+ctg^2x}$ функция лимитини ҳисобланг [2,3].

Ечиш: функция лимитини ҳисоблашдан олдин тригонометрик функцияларнинг баъзи хоссаларидан фойдаланиб соддалаштирамиз. У ҳолда ифода қуйидаги кўринишга келади [3].

$$\lim_{x\to 0}(cos2x)^{1+ctg^2x} = \lim_{x\to 0}(1-2sin^2x)^{\frac{1}{sin^2x}} = \lim_{x\to 0}(1+(-2sin^2x))^{\frac{1}{-2sin^2x}\cdot(-2)} = e^{-2}.$$

2. Хулоса

Юқоридаги каби мисолларни мактаб ўқувчиларига ўргатишдан мақсад нимадан иборат? Деган саволлар пайдо бўлиши мумкин. Лекин аслида кетма-кетлик ва функцияларнинг лимити функция хосиласининг асоси бўлиб хисобланади. Яъни функция лимитини тушунмаган ўқувчига функция ҳосиласини таъриф ёрдамида тушунтириб бўлмайди. Чунки функция ҳосиласи лимит билан чамбарчас боғлиқ тушунча бўлиб, функциянинг ҳосиласини лимит таърифисиз беришнинг иложи йўқ. Булардан келиб чиққан ҳолда албатта мактаб ўкувчиларига функция лимити тушунчасини тушунтириш ва мисоллар ечиш кўникмасини хосил қилишимиз лозим. Лимитларга оид мураккаб мисолларни ҳам ўргатишимиз зарур, сабаби табиий ҳолки ҳар бир мактаб ва синфларда иқтидорли, яхши ўзлаштирувчи ўкувчилар мавжуд. Шуларни инобатга олиб нафақат оддий балки функция лимитига оид мурракаб мисолларни ишлатиш лозим.

Фойдаланилган адабиётлар рўйхати

1. М.А.Мирзааҳмедов, Ш.Н.Исмаилов, А.Қ.Аманов. Математика: -11-синф учун дарслик. Тошкент- 2018.
2. Ш.Р.Хуррамов Олий математика 1- жилд чўлпон номидаги нашриёт матбаа ижодий уйи Тошкент-2018
3. Б.П.Демидович сборник зпдпч и упражнений по математическомуанализу москва 1972.
4. Esonturdiyev M. N., Seytov A. J. O'zbekiston respublikasi suv resurslarini boshqarishni takomillashtirishda raqamli texnologiyalarini joriy qilish //Academic research in educational sciences. – 2021. – Т. 2. – №. CSPI conference 3. – С. 775-783.
5. Seytov, A. J., Xanimkulov, B. R., Sherbaev, M. R., Muzaffarova, G. U., & Kudaybergenov, A. A. (2021). Mathematical models and optimal control algorithms for channels of irrigation systems, taking into account the discreteness of water supply. Academic research in educational sciences, 2(5), 1502-1514.
6. Mahkamov E. M., Eshmetova S. D. Chegirmalar yordamida xosmas integrallarni hisoblash usullari //Academic research in educational sciences. – 2021. – Т. 2. – №. 9. – С. 91-100.
7. Murtozaqulov Z. M. O. G. L., Solayeva M. N. darslikdagi differensial tenglamalarni yechishdagi yetishmayotgan metodlar va ma'lumotlar //Academic research in educational sciences. – 2021. – Т. 2. – №. CSPI conference 3. – С. 462-467.
8. MURTOZAQULOV Z. M., ABDUJABBOROV S. H. F. Tenglamalar sistemasini yechishda qulay bo'lgan metod va ko'rsatmalar //ЭКОНОМИКА. – С. 898-904.
9. Qurombоyev H. Nostandart olimpiada masalalarini yechish usullari haqida //Академические исследования в современной науке. – 2022. – Т. 1. – №. 13. – С. 231-233.
10. Куромбоев Х. Н. О ФОРМУЛЕ КАРЛЕМАНА //Мировая наука. – 2020. – №. 5. – С. 278-282.
11. Қуромбоев Ҳ. I тип зигел соҳаси учун карлеман формуласи //Models and methods in modern science. – 2022. – Т. 1. – №. 13. – С. 52-56.
12. Куромбоев Х. Н. Математическая наука к повседневной жизни //Экономика и социум. – 2019. – №. 2. – С. 619-621.
13. Abdullayev, S. S. (2021). Information and communication technologies (ict), their development and improvement in modern education. Экономика и социум, (4-1), 21-24.
14. Abdullayev, S. A. O. G. L., & Ahmadjonova, M. A. Q. (2021). Matlab tizimida oddiy differensial tenglamalarni yechish. Academic research in educational sciences, 2(11), 1576-1584.

15. Abdullayev, S. A., Aktamov, F., & Raupova, M. (2021). "Funksiya xosilasi" mavzusini o 'rganishda klaster modelidan foydalanish metodikasi. Academic research in educational sciences, 2(CSPI conference 3), 420-424.
16. Маҳкамов, Э. М., Қулжонов, Н. Ж., Актамов, Ф., & Раупова, М. (2021). Таълимда финландия ўқитиш тизимининг қўлланилишининг тахлилий тамоиллари математика фани мисолида. Academic research in educational sciences, 2(CSPI conference 3), 119-124.
17. Abdullayev, S. A. O. G. L., & Ahmadjonova, M. A. Q. (2021). MATLAB TIZIMIDA ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI YECHISH. Academic research in educational sciences, 2(11), 1576-1584.
18. Solayeva, M. N., Yusupov, M. R., Abdullayev, Sh. A. (2022). Ba'zi bir ajoyib limitlarga oid misollarni noananaviy uslublardan foydalanib yechish usullari. TABIIY-ILMIY FANLARNI O'QITISHDA FUNDAMENTAL VA AMALIY YONDASHUVLAR Respublika ilmiy anjuman materiallari to'plami, 1(1), 164-168.
19. Radjabov, B. S., Matmurodov, A. K., Abdullayev, S. A. (2021). Aniq emas integralni xisoblash usullari mavzusni o'qitishda klaster metodidan foydalanish. Mug'allim, 1(1), 118-122.
20. Abdullayev, S. A.(2021).Modern technologies of studying mathematics in the higher educational institution as a means of motivation of students' educational activity.International scientific-practical conference THE 2nd INTERNATIONAL CONFERENCE ON XXI CENTURY SKILLS IN LANGUAGE TEACHING AND LEARNING April 9, 2021, 1(1), 36-39
21. M. Gaipov, Q. Eshqorayev, Sh. Abdullayev. (2022). O'quvchilarni irratsional tenglamalarni yechishga o'rgatishning zamonaviy metodlari. Mug'allim, 3(1), 84-86.
22. Akhmedov, B. A., Askarova, M. R., Xudayqulova, F. B., Tojiboeva, G. R., Artikova, N. S., Urinova, N. S., ... & Omonova, S. M. (2022). PEDAGOGICAL SCIENCE EDUCATION MANEGMENT IN TEACHING SCIENCE OF PEDAGOGICAL SCIENCES. Uzbek Scholar Journal, 10, 529-537.
23. Abdullayev, S. A., Aktamov, F., & Raupova, M. (2021). "FUNKSIYA XOSILASI" MAVZUSINI O 'RGANISHDA KLASTER MODELIDAN FOYDALANISH METODIKASI. Academic research in educational sciences, 2(CSPI conference 3), 420-424.
24. qizi Rustamova, S. A. (2022, September). INTERFAOL METODLAR ORQALI TALABALAR FAOLLIGINI OSHIRISH. In *INTERNATIONAL CONFERENCES* (Vol. 1, No. 11, pp. 41-46).