

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ДВУХСЛОЙНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК НА ИХ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ С УЧЁТОМ МЕЖДУСЛОЕВЫХ СДВИГОВ

А.Т. Зияев

Старший преподаватель, Ферганский
политехнический институт, Фергана, Узбекистан
E-mail: ziyoziyayev592@gmail.com

Аннотация

В работе рассматривается междуслойные сдвиги комбинированных двухслойных цилиндрических оболочек, выполненная из композитных слоев, отличающихся по толщине и физико-механическими свойствами, а также исследовано влияние НДС таких оболочек на их прочность и деформативность.

Ключевые слова: двухслойная осесимметричная комбинированная цилиндрическая оболочка, равномерно-распределенная нагрузка система дифференциальных уравнений, деформирование оболочки, перемещение срединной поверхности, функция сдвига, касательные напряжения, прогиб, кольцевое перемещение, однородное и частные решения характеристического уравнения.

Введение

Одним из недостаточно исследованных направлений имеющих большое прикладное значение, является исследование прочности и устойчивости оболочек из композитных и комбинированных материалов. Комбинированные двухслойные оболочки можно разделить на две основные группы:

- 1) конструкции, состоящие из изотропного и анизотропного слоев.
- 2) конструкции, оба слоя которых являются анизотропными.

Отдельные задачи статики двухслойных пластин и оболочек, которые основаны на применении гипотез Кирхгофа – Лява, рассмотрены в работах [2,3,4,5].

В этих работах исследована устойчивость и прочность двухслойных цилиндрических оболочек при осесимметричных деформациях под действием внутреннего давления, а также некоторые задачи об изгибе пластин.

В работе [1] С.А.Амбарцумяна предложено два варианта уточнения теории двухслойных оболочек. Первый вариант соответствует прогибу по классической теории, а второй – представляет поправку, связанную с учетом сдвигов в каждом слое. Автор отмечает, что точность построенных теорий зависит как от геометрических параметров рассматриваемых конструкций, так и от других физико-механических характеристик слоёв.

Таким образом, в научной литературе посвященных напряженно-деформированному состоянию (НДС), прочности, и устойчивости двухслойных комбинированных оболочек, накоплено значительное количество исследований по определению НДС отдельных видов оболочек: сферических, конических, цилиндрических и других. К

таким конструкциям относятся различные ёмкости, летательные и глубоководные аппараты, аппараты химической промышленности, строительные конструкции и многие другие.

Основная часть

В связи с появлением новых конструкционных комбинированных материалов, в последние годы получили широкое применение двухслойные оболочки, для которых характерно существенное различие между упругими постоянными материалов слоёв. Актуальной проблемой является расчёт конструкций с учётом различных отдельных факторов, таких как учёт физической нелинейности материала, учёт поперечного сдвига, влияние клеевого слоя на прочность и устойчивость оболочек. Пренебрежение этими факторами может привести к недопустимым погрешностям.

В данной работе рассматривается комбинированная двухслойная осесимметричная цилиндрическая оболочка, выполненная из композитных слоёв, отличающихся по толщине и физико-механическими свойствами (рис.1)

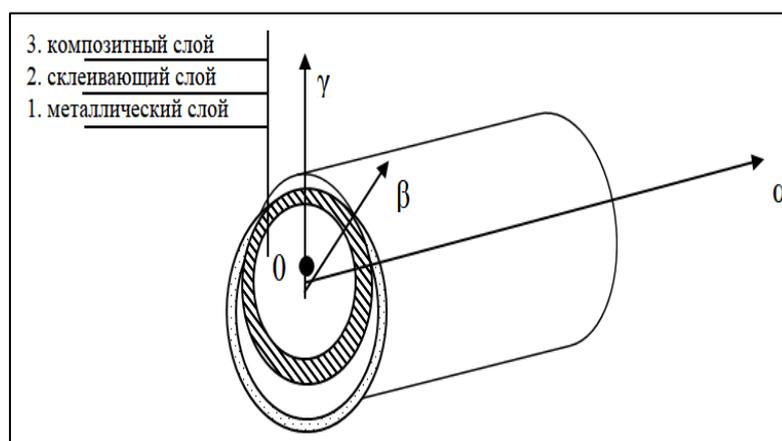


Рис.1. Двухслойная осесимметричная комбинированная цилиндрическая оболочка.

Предполагается что:

- на оболочку действует равномерно распределенная нагрузка, нормальная к срединной поверхности и плавно изменяющаяся вдоль образующей;
- рассматриваемая двухслойная комбинированная оболочка состоит из несущего (1), и армирующего и склеивающего слоев (3 и 2), (см.рис.1). При этом:
- толщина несущего, армирующего и склеивающего слоев, постоянные;
- толщина несущего слоя значительно больше, чем армирующего ($h > b$).

Расчёт конструкции на прочность и устойчивость с учётом выше приведённых факторов будем производить с помощью системы дифференциальных уравнений деформирования оболочки относительно неизвестных U_0 , $\Phi_{1,2}$, $\tau_{1,2}$, W , v_0 , (U_0 -перемещение срединной поверхности; $\Phi_{1,2}$ -функции сдвига, $\tau_{1,2}$ -касательные напряжения, W -прогиб, v_0 -кольцевое перемещение).

Имея ввиду, что для цилиндрических оболочек коэффициенты формы поверхности: $A_1=1$, $B=R$, $R_2=A_2=r(\beta)$ и $R_1=\infty$, запишем деформации растяжения (сжатия) и сдвига в виде:

$$E_{\alpha}^{[i]} = \frac{\partial U^{(i)}}{\partial \alpha} \quad (1)$$

$$E_{\beta} = \frac{1}{R^{(i)}} \frac{\partial \mathcal{G}^{(i)}}{\partial \beta} + \frac{W}{R^{(i)}}$$

$$E_{\alpha\beta} = \frac{1}{R^{(i)}} \frac{\partial U^{(i)}}{\partial \beta} + \frac{\partial \mathcal{G}^{(i)}}{\partial \alpha}$$

Система координат принимается как показано на рисунке 1.

Напряжения в слоях определяются известными соотношениями:

$$\sigma_{\alpha}^{(i)} = B_{11}^{(i)} E_{\alpha}^{(i)} + B_{12} E_{\beta}^{(i)}$$

$$\sigma_{\beta}^{(i)} = B_{22}^{(i)} E_{\beta}^{(i)} + B_{12} E_{\alpha}^{(i)}$$

$$\tau_{\alpha\beta} = G^{(i)} E_{\alpha\beta} \quad (2)$$

где σ -напряжения между слоями, G -модули сдвигов слоёв.

Осевые перемещения в несущем слое двухслойной цилиндрической оболочки запишем в виде:

$$U = U_0 - \gamma \frac{\partial W}{\partial \alpha} + \left(\frac{\gamma h^2}{8} - \frac{\gamma^3}{6} \right) \Phi_1 + \left(1 - \frac{\gamma}{h} \right) \frac{\gamma}{2G_{\beta 13}} \tau_1 \quad (3)$$

Перемещения в кольцевом направлении

$$\begin{aligned} \mathcal{G} = & \left(1 + \frac{\gamma}{R_M} \right) \mathcal{G}_0 - \frac{\gamma}{R_M} \frac{\partial W}{\partial \beta} + \left[\frac{\gamma h^2}{8} \left(1 + \frac{\gamma}{2R_M} \right) - \frac{\gamma}{6} \left(1 + \frac{\gamma}{4R_M} \right) \right] \Phi_2 + \\ & + \left[\frac{\gamma}{2G_{M23}} \left(1 + \frac{\gamma}{2R_M} \right) - \frac{\gamma^2}{2hG_{M23}} \left(1 + \frac{\gamma}{3R_M} \right) \right] \tau_2 \end{aligned} \quad (4)$$

Выражение полной энергии можно получить на основе вариационного принципа Лагранжа. Согласно этого принципа, потенциальная энергия упругой системы в положении равновесия принимает стационарное значение. Она складывается из потенциальной энергии упругой деформации слоёв, клеевого шва и работы внешней нагрузки. Учитывая выражение полной энергии, получим в виде функционала двойного интеграла:

$$\begin{aligned} U(\varepsilon) = & \frac{1}{2} \iint U_F \left(\frac{\partial U_0}{\partial \alpha}, \frac{\partial U_0}{\partial \beta}, \frac{\partial \mathcal{G}_0}{\partial \alpha}, \frac{\partial \mathcal{G}_0}{\partial \beta}, \frac{\partial \Phi_0}{\partial \alpha}, \frac{\partial \Phi_0}{\partial \beta}, \right. \\ & \left. \frac{\partial \Phi_2}{\partial \alpha}, \frac{\partial \Phi_2}{\partial \beta}, \frac{\partial \tau_1}{\partial \alpha}, \frac{\partial \tau_1}{\partial \beta}, \frac{\partial \tau_2}{\partial \alpha}, \frac{\partial \tau_2}{\partial \beta}, \frac{\partial^2 W}{\partial \alpha^2}, \frac{\partial^2 W}{\partial \beta^2}, \frac{\partial^2 W}{\partial \alpha \partial \beta}, \right. \\ & \left. \frac{\partial W}{\partial \alpha}, \frac{\partial W}{\partial \beta}, U_0, \mathcal{G}_0, \Phi_1, \Phi_2, \tau_1, \tau_2, W \right) ds \end{aligned} \quad (5)$$

Так как для рассматриваемой осесимметричной двухслойной оболочки, действуют только осесимметричные нагрузки, то считаем, что \mathcal{G}_0 , Φ_2 , τ_2 отсутствуют. Тогда система дифференциальных уравнений деформирования оболочки будет решаться относительно неизвестных U_0 , Φ_1 , τ_1 , W .

Общие решения системы будут складываться из однородных и частных решений:

$$\begin{aligned} W(\alpha) &= W_n^{одн.}(\alpha) + W_n^{част} \\ U_0(\alpha) &= U_n^{одн.}(\alpha) + U_n^{част} \\ \Phi_1(\alpha) &= \Phi_n^{одн.}(\alpha) + \Phi_n^{част} \\ \tau_1(\alpha) &= \tau_n^{одн.}(\alpha) + \tau_n^{част} \end{aligned} \quad (6)$$

Решение системы дифференциальных уравнений равновесия с учётом граничных условий будем искать в виде подстановки Эйлера:

$$U_i = \sum a_i e^{S_i \alpha}$$

В нашем случае общее решение с учетом кратных корней принимает вид:

$$\begin{aligned} W^{одн} &= \sum_{i=1}^n e^{S_i \alpha} (W_i \cos q_i \alpha + W_{i+1} \sin q_i \alpha), \\ U_0^{одн} &= \sum_{i=1}^n e^{S_i \alpha} W_i (a_i \cos q_i \alpha + a_{i+1} \sin q_i \alpha), \\ \Phi_1^{одн} &= \sum_{i=1}^n e^{S_i \alpha} W_i (b_i \cos q_i \alpha + b_{i+1} \sin q_i \alpha), \\ \tau_1^{одн} &= \sum_{i=1}^n e^{S_i \alpha} W_i (c_i \cos q_i \alpha + c_{i+1} \sin q_i \alpha), \end{aligned} \quad (7)$$

где a_i, b_i, c_i - постоянные интегрирования, зависящие от граничных условий; S_i - корни характеристического уравнения системы.

После подстановки и преобразований можно получить характеристическое уравнение вида:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (8)$$

Для общего случая корни этого уравнения могут быть:

а) комплексно сопряженными $S_{1,2,3,4} = \pm P_1 \pm q_i$

$$S_{5,6,7,8} = \pm P_2 \pm iq_i$$

б) когда $q_2 = 0$, как частный случай, четыре корня могут быть действительными $\pm P_2, \pm P_3$ и четыре корня – комплексными: $S_{1,2,3,4} = \pm P_1 \pm q_i$;

$$S_{5,6} = \pm P_2; S_{7,8} = \pm P_3$$

Тогда на основании системы дифференциальных уравнений деформирования оболочки с учётом этих случаев, получим систему алгебраических уравнений относительно a_i ; b_i ; c_i

Эта система уравнений включает в себя следующие случаи:

а) действительные корни характеристического уравнения принимают положительные значения;

б) действительная часть корней уравнения принимает отрицательные значения.

Численные расчёты показали, что модуль сдвига и толщина шва оказывают значительное влияние на прочность и деформативность комбинированных двухслойных цилиндрических оболочек, если модуль сдвига склеивающего слоя значительно меньше

чем модуля сдвига слоёв. Если, первый слой состоит из композиционного материала, то влияние поперечного сдвига на НДС комбинированных цилиндрических оболочек будет больше.

Результаты расчета двухслойной оболочки со стеклопластиковым армирующим слоем приведены в виде графика (см.рис.2), изменения напряжений в слоях и шве, а также функции сдвига и прогибов.

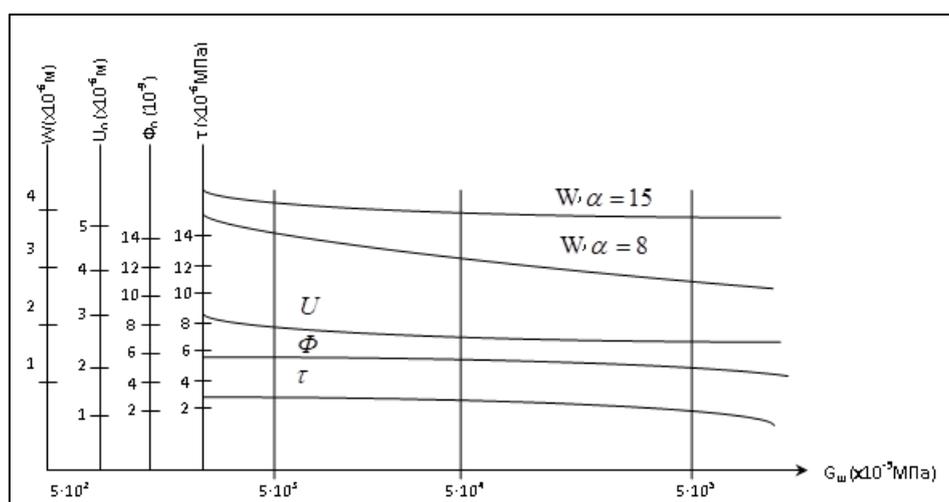


Рис. 2 Изменение физико-механических характеристик с изменением модуля сдвига шва.

Вывод

Из полученных зависимостей видно, что чем меньше величина модуля сдвига шва по сравнению со слоем ($G_{ш} < G_{слоёв}$) тем влияние податливости шва на НДС двухслойных цилиндрических оболочек оказывается больше.

Проведенные исследования и численные расчеты позволяют сделать следующие выводы:

- 1) при расчёте двухслойных ортотропных осесимметричных комбинированных цилиндрических оболочек с низкими сдвиговыми жёсткостями необходим учёт поперечных сдвигов и податливости клеевого шва;
- 2) влияние клеевого слоя сказывается существенно больше при малых его сдвиговых характеристиках ($\frac{h_m}{G_{ш}} > 5 * 10^{-4} \frac{см}{Па}$);
- 3) с увеличением толщины слое ($h, б, h^{-1}ш$) двухслойных цилиндрических оболочек влияние податливости клеевого шва на НДС уменьшается;
- 4) при больших значениях модуля сдвига шва $G_{ш} > 500 МПа$

$$\left(\text{при } \frac{h_m}{G_{ш}} < 5 * 10^{-4} \frac{см}{Па} \right)$$

его влияние на НДС металлостеклопластиковых цилиндрических оболочек можно не учитывать.

Список литературы

1. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек Изд-во «Наука», гл.ред. Ф.М.Л., Москва, 1974г.
2. Болотин В.В., Новичков Ю. Н механика многослойных конструкций. М.Машиностроение 1980г.
3. Бурлаков А.В., Г.И., Морачковский Г.И. Длительная прочность оболочек, Харьков, изд-во при Х Г У, 1981г.
4. Воблых В.А., Дусматов А.Д. Напряженно-деформированное состояние комбинированных плит и оболочек с учетом поперечного сдвига и податливости клевого шва, Строительство и архитектура, сер.8,вып7 М.1981г.
5. Боли Б, Дж. Уэйнер. Теория температурных напряжений М, Изд-во мир 1974г.
6. Дусматов, А. Д., & Каримов, Е. Х. (2011). Исследование физико-механических свойств трехслойных комбинированных пластин с учетом сдвиговых жесткостей. *Материалы*, 6-11.
7. Дусматов А.Д, Каримов. Е.Х, (2013). Влияние температурных нагрузок на физико-механические свойства двухслойных пологих оболочек. Фаргона политехника институти Илмий-техника журнали №2, с.29-31.
8. Дусматов, А. Д., Хамзаевич, Х. И., & Халилов, Ш. З. (2019). Исследование напряженно-деформированного состояния двухслойных комбинированных пологих оболочек с учетом поперечных сдвигов и податливости клевого шва. *Universum: технические науки*, (12-1 (69)), 54-57.
9. Qo'chqarov, B. U., Tojiboyev, B. T., & Axtambayev, S. S. (2021). Experimental determination of the gas consumption sent to the device for wet dusting in the humid mode. *Экономика и социум*, (6-1), 226-229.
10. Рахмонов, А. Т. У., & Ахтамбаев, С. С. (2021). Причины вибрации в станках и методы их устранения. *Scientific progress*, 2(6), 89-97.
11. Халилов, Ш. З., Ахтамбаев, С. С., & Халилов, З. Ш. (2020). Результаты исследования динамики сушки хлебной массы в широкополосных валках. *Журнал Технических исследований*, 3(2).
12. Ахтамбаев, С. С., & Тожибоев, Б. Т. (2022). Определение теплового состояния крышек цилиндров и вулканов. *Barqarorlik va yetakchi tadqiqotlar onlayn ilmiy jurnali*, 2(4), 33-42.
13. Маткаримов, Ш. А., Зияев, А. Т., Тожибоев, Б. Т., & Кучкаров, Б. У. (2020). Покрытие задвижек и запорной арматуры тепловых сетей жидким теплоизоляционным покрытием. *Universum: технические науки*, (12-5 (81)).
14. Эргашев, Н. А., Маткаримов, Ш. А., Зияев, А. Т., Тожибоев, Б. Т., & Кучкаров, Б. У. (2019). Опытное определение расхода газа, подаваемое на пылеочищающую установку с контактным элементом, работающим в режиме спутникового вихря. *Universum: технические науки*, (12-1 (69)), 29-31.