

**РАСЧЕТ ЗАВИСИМОСТИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛА  
РЕМНЯ ОТ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕДАЧИ И СИЛЫ  
СОПРОТИВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН**

Эргашов, Махамматрасул

д-р техн. наук, Ташкентский институт текстильной  
и легкой промышленности, Республика Узбекистан, г. Ташкент

E-mail: mergashov@mail.ru,

Дремова, Надежда Васильевна,

доцент, Ташкентский институт текстильной и легкой  
промышленности Республика Узбекистан, Ташкент

E-mail: nadejda\_ser@mail.ru

Нуруллаева, Хосият Тухтаевна,

старший преподаватель, Ташкентский институт текстильной и легкой  
промышленности, Республика Узбекистан, Ташкент

Ахунбабаев, Охунжон Абдурахманович,

д.т.н., проф. директор Маргиланского института естественных наук,  
margilan\_shoir@yahoo.com

**АННОТАЦИЯ**

Разработана методика теоретического решения задачи и алгоритм расчета с целью установления зависимости напряженного состояния ремня от конструктивных параметров передаточного механизма с тремя внутренними и одним наружным шкивами. Приведены постановка и решения задач о вращении растяжимого и нерастяжимого ремня передаточного механизма, вращающегося в стационарном режиме с заданной скоростью. Задача, в случае растяжения ремня в пределах упругости, сведена к численному решению системы четырех алгебраических уравнений относительно деформаций ветвей ремня. В случае нерастяжимого ремня получены удобные для проведения прикладных исследований зависимости значения и закона распределения натяжения между свободными от контакта ветвями ремня от свойства материала, конструктивных параметров, а также скорости вращения механизма. Отдельно рассматривается задача расчета рациональных начальных (наладочных) параметров, устанавливаемых при подготовке механизма к работе.

**Ключевые слова:** технологические машины, механизм, ременная передача, передаточный механизм, натяжение, ремень, шкив

**ABSTRACT**

A solution technique and calculation algorithm have been developed in order to establish the dependence of the stress state of the transmission mechanism with three internal and one external pulleys. The formulation and solutions of the problems of rotation of a stretchable and

non-stretchable belt of a transmission mechanism rotating in stationary mode with a given speed are given. The problem, in the case of belt stretching within the limits of elasticity, is reduced to the numerical solution of a system of four algebraic equations with respect to deformations of belt branches. In the case of an inextensible belt, the dependence of the value and the law of tension distribution between the free-from-contact branches of the belt on the material properties, design and technological parameters, as well as the rotation speed of the mechanism, convenient for conducting fitting studies, was obtained. Separately, the task of calculating rational initial (adjustment) parameters set when preparing the mechanism for operation.

**Keywords:** Key words: technological machines, belt transmission, transmission mechanism, tension, belt, pulley.

### Введение

Как известно [15 – 17, 23], чтобы обеспечить требуемые международными стандартами качества шелковых материалов соответствующие технологические машины должны работать в стационарном режиме, например, в установленном технологическими требованиями режиме подавать и перетягивать одиночных или комплексных нитей. Любое отклонение работы машин от установленного режима, например колебания скорости подачи или перетягивания, приведет к возникновению таких различных пороков.

Наиболее негативно влияющим на качество работы и усложняющим мероприятия по обеспечению вращения передач в стационарном режиме, является растяжимость материала ремня. Задача установления вращения передачи с растяжимым ремнем значительно сложнее, чем в передаче с нерастяжимым ремнем. Поэтому в большинстве полиграфических машинах используют цепные передачи, которые по сравнению с ременными передачами относительно меньше испытывают деформацию растяжения.

Цепные передачи тоже имеют свои недостатки – отдельные трудности при техническом обслуживании механизма, необходимость использования смазочных материалов, которые приводят к загрязнению атмосферы и самой машину, высокой степенью шума, относительно большое потребление электро энергии и т.д.

При инженерных расчетах цеп передачи рассматривают как гибкую среду с наименьшим и распределенным по элементам длины изгибным сопротивлением.

Ниже рассматривается методика расчета передачи с гибким ремнем, вращающегося в стационарном режиме.

Работа посвящена математическому моделированию стационарного режима работы с заданными конструктивными и технологическими параметрами, а также свойствами материала ремня передачи. В стационарном режиме вращения механизма свободные не контактирующие со шкивами ветви ремня совершают постоянные по времени движения. Поэтому, движения этих частей ремня моделируются с использованием условия деформируемости и недеформируемости материала, а также непрерывного и

неразрывного движения частиц, законов сохранения массы и количества движения. Подчинение вращения этим законам и кинематическим условиям, имеющим место в точках разрыва касательных к поверхности ремня, позволяют получить замкнутые системы для определения всех неизвестных параметров вращения и повысить степень адекватности рассматриваемой модели.

Предполагается, что в стационарном режиме вращения механизма натяжения ведущей части ремня начиная от точки набегания до точки схода с поверхности шкива меняется от своего наибольшего значения до наименьшего, а в областях свободных от поверхности шкивов - имеют постоянные по величине значения.

Задача расчета передачи с заданными конструктивными значениями и скоростью вращения, а также с законом деформирования материала сведена к численному решению нелинейного алгебраического уравнения относительно деформации растяжения, а в случае нерастяжимого материала ремня – определено удобное для ведения инженерных расчетов аналитическое решение задачи.

Текущие напряженные состояния ветвей ремня, прежде всего, зависят от начальных – наладочных натяжений ремня. Поэтому отдельно рассматривается задача определения распределения начальных (наладочных) натяжений по свободным от контакта областям ремня.

Приводится анализ результатов проведенных численно-экспериментальных исследований.

Следует отметить, что в зависимости от конструкционного построения – схемы расположения ведущих и ведомых шкивов, а также шкивов – регуляторов общего вида применяемых здесь уравнений, условий нерывности и кинематических условий с тационарного движения частиц ремня быть различными. Здесь рассматривается наиболее общая конструкция передачи и приводимые уравнения и условия движения, которые легко могут быть применены в различных случаях вращения передачи.

В работе используются методы постановки и решения задач, представленные в работах [10-21]. Рассматриваемые здесь задачи существенно отличаются от рассмотренных, например, в работах [10-21], конструктивными параметрами - схемой расположения шкивов. Схема расположения шкивов в механизме существенно влияет на постановку рассматриваемых задач, общие основные уравнения решения, описывающие стационарное вращения ремня.

**Актуальность проблемы.** В связи с появлением новых высокопрочных композитных материалов и возрастающей необходимостью дальнейшего повышения эффективности и качества работы технологических машин, а также потребностями на энергосбережение, ученые и специалисты, используя современные научные достижения и расширением технических возможностей проектирования и методов расчета технологических машин, продолжают поиски инженерных решений по совершенствованию существующих, а также разработки новых машин и их отдельных механизмов [7-21]. Например, в работах [8,9] обоснована возможность уменьшения приводных двигателей в хлопкоочистительных машинах до трех раз, что обеспечивает уменьшение материальных и энергетических ресурсов, управление синхронности количества подачи и выхода хлопка из технологического процесса очистки.

Как известно, надежность, долговечность, качество, эффективность работы и другие показатели технологических машин и их передаточных механизмов существенно зависят от свойств материалов, степени рациональности конструктивных параметров рабочих органов, технологического режима работы заданной машины, значения передаточных параметров и т.д.

Режим работы любой технологической машины, следовательно и их передаточных механизмов, условно можно разбить на три части, состоящих из: пускового и тормозящего периодов, а также периода стационарного режима работы.

Наиболее сложные динамические (пиковые) напряженные состояния в материалах рабочих органов возникают в период пускового и тормозящего периода. Поэтому, обычно при расчете на прочность материалов передаточных механизмов, например, материала ремня, в качестве “опасных” принимают пиковые нагрузочные и разгрузочные напряжения из области пускового и тормозящего периодов работы соответственно.

Показатели пиковых явлений зависят от величины пусковой силы – начальные условия, амплитуды, частоты, периодичности и других параметров колебания всех элементов передачи. В свою очередь начальные условия зависят, прежде всего, от конструктивных и наладочных (начальных натяжений ветвей ремня) параметров механизма.

Однако, пиковые нагрузочные и разгрузочные напряжения в работе современных передаточных механизмов возникают в период очень короткого времени, а остальное время механизм работает в установленном (стационарном) режиме. Поэтому, на такие показатели, как, например, надежность, долговечность, усталость материала и машины могут существенно повлиять, которые не являются “пиковыми”.

В режиме стационарного вращения механизма на прочность материала ремня существенное влияние оказывает степень распределения натяжения между свободными от шкивов ветвях ремня механизма. Наиболее простейшем примером стационарного движения является случай, когда каждая из свободных от поверхности шкивов ветвей ремня имеют постоянные по величине параметры движения и натяжения, а на поверхности шкивов – меняются по длине элемента ремня по некоторым, зависящим в основном от свойства материалов, законам. Например, на поверхности ведущего шкива натяжение от точки набегания до точки схода меняется по убывающему закону, а на поверхности ведомого шкива – по возрастающему закону.

Наиболее общим является случай, когда натяжения элементов ремня свободных в данный момент времени от поверхности контакта меняются по закону, зависящим от свойства материала, конструктивных и технологических параметров данного механизма и машины. Другими словами параметры движения фиксированных поперечных сечений ремня в Эйлеровой координате имеют постоянные значения [1,2], а в Лагранжевой координате – переменные значения (установившийся режим движение [1]).

Степень распределения натяжения в свободных от шкивов ветвях ремня механизма зависит от многих внутренних и внешних факторов, в том числе и от формы конструкций – число, геометрические размеры и координаты расположения шкивов. Например, уменьшение диаметра приводит к увеличению реактивной силы давления на

поверхности данного шкива, а увеличение последней – к повышению разности натяжения ветвей ремня. Например, при набегания ведущей части ремня на поверхность шкива двигателя натяжение имеет наибольшее (максимальное), а при сходе – наименьшее (минимальное) значение. Очевидно, что оценка динамической прочности материала приводится в области с наибольшим значением натяжения.

**Постановка задачи.** Рассмотрим передачу, состоящая из трех внутренних и одного наружного шкива и вращающийся по направлению часовой стрелки в плоскости чертежа (рис. 1). Начало неподвижной системы координат  $(x, y)$  расположим в центре первого шкива. Горизонтальная ось  $x$  проходит через центр первого шкива, а ось  $y$  – перпендикулярно к оси  $x$ , как показано на рис. 1.

Внутренние шкивы с диаметрами  $d_1$ ,  $d_3$  и  $d_4$  вращаются в направлении по часовой стрелке, а наружный шкив с диаметром  $d_2$  – в противоположном направлении.

Предполагается, что в зависимости от постановки технологической задачи и расположения движущего механизма двигателя в машине, ведущим может быть один из внутренних шкивов, а второй - играет роль регулятора натяжения. Очевидно, что в зависимости от того какой из внутренних шкивов будет ведущим, натяжения ветвей ремня будут иметь различные значения и различные законы распределения в свободных от шкивов областях и на поверхности шкивов.

Параметрам растяжимого ремня будем присуждать индексы 1, 2, 3, 4, в соответствии с принятым на схемах движения нумерациям возмущенных областей движения, а параметрам нерастяжимого ремня в состоянии абсолютного покоя и движения в стационарном режиме, кроме того, будем присваивать индексы  $00$  и  $0$  соответственно. При этом области 1-4 растяжимого ремня (рис. 1) в состоянии покоя механизма имеют постоянные по времени относительные деформации  $\varepsilon_{001}$ ,  $\varepsilon_{002}$ ,  $\varepsilon_{003}$  и  $\varepsilon_{004}$ , а в состоянии движения в стационарном режиме  $\varepsilon_{01}$ ,  $\varepsilon_{02}$ ,  $\varepsilon_{03}$  и  $\varepsilon_{04}$  соответственно.

На участках контакта ремня со шкивами, распределенные по длине ремня, силы давления  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  и трения  $F_{TP}^{(1)}$ ,  $F_{TP}^{(2)}$ ,  $F_{TP}^{(3)}$ ,  $F_{TP}^{(4)}$ . В зависимости от величины диаметров  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$  и координата расположения центров шкивов силы давления  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_4$  (рис. 2– 5), а также свойства материала ремня векторы реактивных сил могут образовать с горизонтальной осью  $x$  соответственно углы  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  и  $\beta_4$  [10-21].

Линии действия равнодействующих сил давления совпадают с биссектрисами углов обхвата поверхности соответствующих шкивов. Линии действия сил трения и ведущих сил шкивов перпендикулярны к линиям действия соответствующих сил давления. Равнодействующие силы давления и трения связаны между собой с помощью закона Кулона [1, 2].

Параметры, учитывающие конструкцию рассматриваемого механизма.

Реактивные силы  $R_1$  и  $R_4$  с горизонтальной осью  $x$  образуют соответственно углы  $\beta_1$  и  $\beta_4$  (рис. 2 и 3):

$$\beta_1 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}; \quad \beta_4 = \frac{\varphi_3 + \varphi_4}{2}.$$

В зависимости от диаметров  $d_2, d_3$  и координаты расположения центров второго и третьего шкивов реактивные силы  $R_2$  и  $R_3$  могут образовать с горизонтальной осью  $x$  различные углы  $\beta_2$  и  $\beta_3$  (рис. 4 и 5):

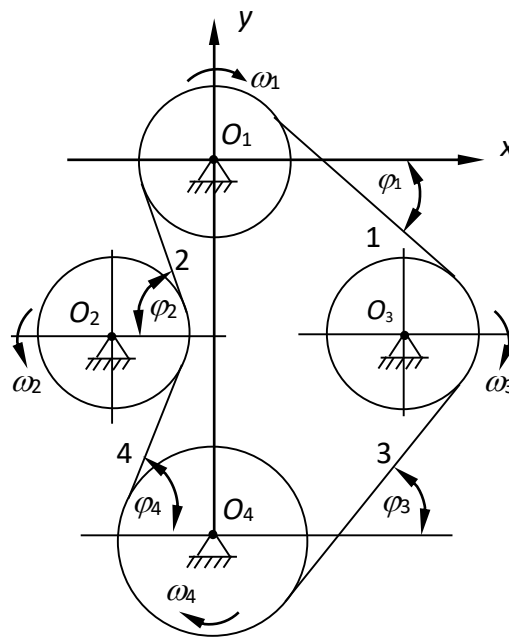


Рис. 1. Схема расположения шкивов и направления вращения ремня.

– реактивная сила  $R_2$

$$\beta_2 = \begin{cases} \frac{\varphi_4 - \varphi_2}{2} & \text{при } \varphi_4 > \varphi_2 \text{ (рис. 4, а)} \\ 0 & \text{при } \varphi_4 = \varphi_2 \\ \frac{\varphi_2 - \varphi_4}{2} & \text{при } \varphi_4 < \varphi_2 \text{ (рис. 3, б)} \end{cases};$$

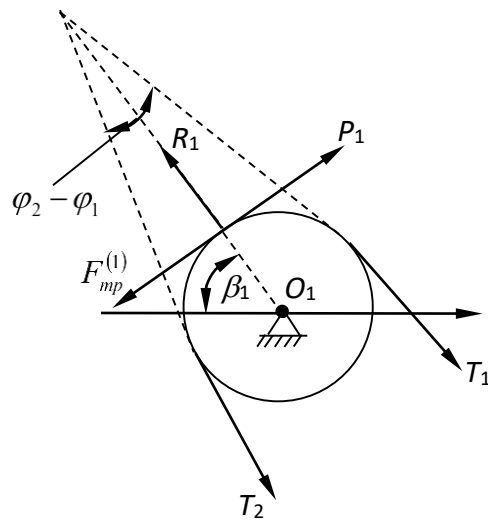


Рис. 2. Схема действия сил на ремень на поверхности первого шкива.

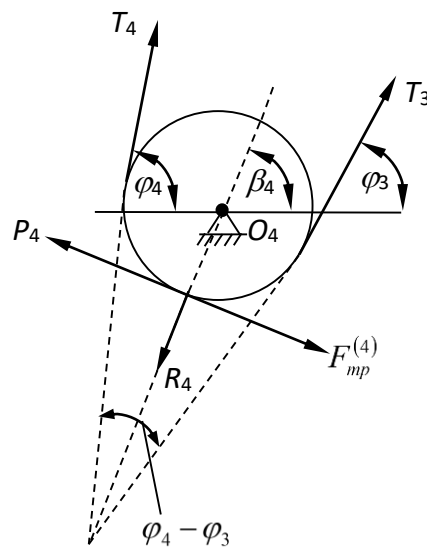


Рис. 3. Схема действия сил на ремень на поверхности четвертого шкива.

– реактивная сила  $R_3$

$$\beta_3 = \begin{cases} \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{2} & \text{при } \varphi_3 > \varphi_1 \text{ (рис. 5, а)} \\ 0 & \text{при } \varphi_3 = \varphi_1 \\ \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{2} & \text{при } \varphi_3 < \varphi_1 \text{ (рис. 5, б)} \end{cases} .$$



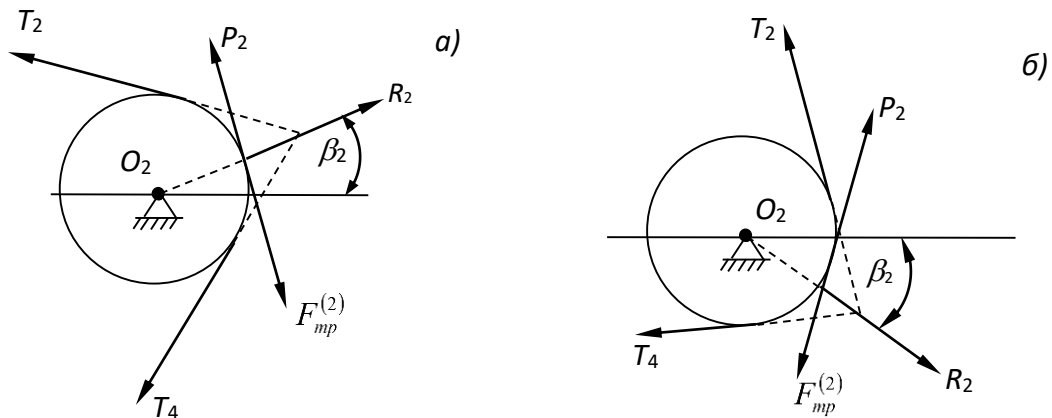


Рис. 4. Схема действия сил на ремень на поверхности второго шкива.

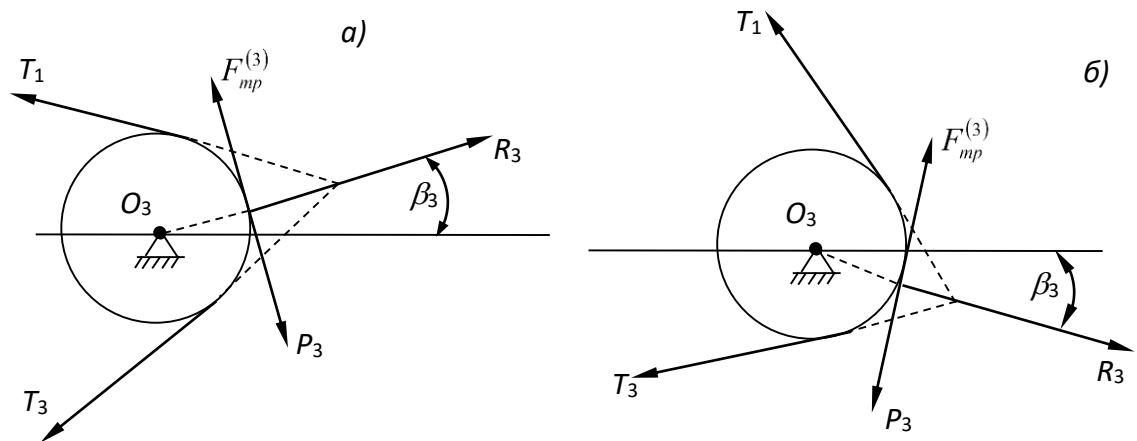


Рис. 5. Схема действия сил на ремень на поверхности третьего шкива.

Полученные выражения углов  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  и  $\beta_4$  войдут в основные уравнения движения и решения рассматриваемых задач.

**Уравнения стационарного вращения передачи с растяжимым ремнем.** Условия непрерывности движения на поверхности шкивов принимают вид [10-21]

$$\begin{aligned} x_1^{\cdot} dt &= \cos \varphi_1 ds_1, & y_1^{\cdot} dt &= -\sin \varphi_1 ds_1; & x_2^{\cdot} dt &= \cos \varphi_2 ds_2, & y_2^{\cdot} dt &= -\sin \varphi_2 ds_2; \\ x_3^{\cdot} dt &= -\cos \varphi_3 ds_3, & y_3^{\cdot} dt &= -\sin \varphi_3 ds_3; & x_4^{\cdot} dt &= \cos \varphi_4 ds_4, & y_4^{\cdot} dt &= \sin \varphi_4 ds_4, \end{aligned}$$

где минус означает, что направления составляющих скоростей  $x_3^{\cdot}$  и  $y_1^{\cdot}$ ,  $y_2^{\cdot}$ ,  $y_3^{\cdot}$  противоположны направлениям соответственно горизонтальной и вертикальной оси соответственно,  $ds$ - длина элемента на участке криволинейного движения ремня на поверхности шкива.

Закон сохранения количества движения имеет вид:

– на поверхности первого шкива



$$\rho_1 F_1 ds_1 (\dot{x}_1^* - \dot{x}_2^*) = (T_1 \cos \varphi_1 + T_2 \cos \varphi_2 - R_1 \cos \beta_1 - fR_1 \sin \beta_1 + P_1 \sin \beta_1) dt,$$

$$\rho_1 F_1 ds_1 (\dot{y}_1^* - \dot{y}_2^*) = (-T_1 \sin \varphi_1 - T_2 \sin \varphi_2 + R_1 \sin \beta_1 - fR_1 \cos \beta_1 + P_1 \cos \beta_1) dt;$$

– на поверхности второго шкива

$$\rho_2 F_2 ds_2 (\dot{x}_2^* - \dot{x}_4^*) = (-T_2 \cos \varphi_2 - T_4 \cos \varphi_4 + R_2 \cos \beta_2 \pm fR_2 \sin \beta_2 \mp P_2 \sin \beta_2) dt,$$

$$\rho_2 F_2 ds_2 (\dot{y}_2^* - \dot{y}_4^*) = (T_2 \sin \varphi_2 - T_4 \sin \varphi_4 \pm R_2 \sin \beta_2 - fR_2 \cos \beta_2 + P_2 \cos \beta_2) dt,$$

верхние знаки берутся при  $\varphi_4 > \varphi_2$  (рис. 4, а), нижние – при  $\varphi_4 < \varphi_2$  (рис. 4, б);

– на поверхности третьего шкива

$$\rho_3 F_3 ds_3 (\dot{x}_3^* - \dot{x}_1^*) = (-T_1 \cos \varphi_1 - T_3 \cos \varphi_3 + R_3 \cos \beta_3 \mp fR_3 \sin \beta_3 \pm P_3 \sin \beta_3) dt,$$

$$\rho_3 F_3 ds_3 (\dot{y}_3^* - \dot{y}_1^*) = (T_1 \sin \varphi_1 - T_3 \sin \varphi_3 \pm R_3 \sin \beta_3 + fR_3 \cos \beta_3 - P_3 \cos \beta_3) dt,$$

верхние знаки берутся при  $\varphi_3 > \varphi_1$  (рис. 5, а), нижние – при  $\varphi_3 < \varphi_1$  (рис. 5, б);

– на поверхности четвертого шкива

$$\rho_4 F_4 ds_4 (\dot{x}_4^* - \dot{x}_3^*) = (T_3 \cos \varphi_3 + T_4 \cos \varphi_4 - R_4 \cos \beta_4 + fR_4 \sin \beta_4 - P_4 \sin \beta_4) dt,$$

$$\rho_4 F_4 ds_4 (\dot{y}_4^* - \dot{y}_3^*) = (T_3 \sin \varphi_3 + T_4 \sin \varphi_4 - R_4 \sin \beta_4 - fR_4 \cos \beta_4 + P_4 \cos \beta_4) dt.$$

Здесь и в дальнейшем в зависимости от размеров и координаты расположения центров второго и третьего шкивов, в уравнениях закона сохранения количества движения берутся либо верхние, либо нижние знаки.

Известны работы [9,11], в которых силы  $P_1, P_2, P_3, P_4$  отдельно не рассматриваются, считая, что наличие этих сил учитывается законами трения и сохранения количества движения. Наличие последних сил в уравнениях движения позволяют отдельно учитывать первоначальные (монтажные) силы давления ремня о поверхности шкивов и силы сопротивления технологической машины вращению механизма в стационарном режиме. Пренебрежение отдельного рассмотрения наличие этих сил не приводит к противоречиям в постановке задачи [11].

Присоединив к вышеприведенным уравнениям и условиям условия сохранения массы при переходе элемента ремня поверхности шкивов и линейный закон деформирования материала, получаем замкнутую систему для определения натяжения всех ветвей ремня. Подробная схема, аналогичных уравнений к системе алгебраических уравнений относительно неизвестных деформаций, приведена в работах [14, 18]. Поэтому, ниже приводим такую схему в сокращенном виде.

Уравнения рассматриваемой задачи можно привести к виду [14, 18]:

$$\frac{\varepsilon_2}{\lambda_{11}} \left[ \frac{\varepsilon_1}{(1 + \varepsilon_{001})(1 + \varepsilon_1)} + 1 \right] - \hat{P}_1 \frac{\cos(\varphi_1 - \beta_1)}{\lambda_{11} \sin(\varphi_2 - \varphi_1)} =$$

$$= \frac{\varepsilon_1}{\lambda_{12}} \left[ \frac{\varepsilon_1}{(1 + \varepsilon_{001})(1 + \varepsilon_1)} - 1 \right] - \hat{P}_1 \frac{\cos(\varphi_2 - \beta_1)}{\lambda_{12} \sin(\varphi_2 - \varphi_1)},$$

$$\begin{aligned} & \frac{-\varepsilon_4}{\lambda_{21}} \left[ \frac{\varepsilon_2}{(1 + \varepsilon_{002})(1 + \varepsilon_2)} + 1 \right] + \hat{P}_2 \frac{\cos(\varphi_2 \pm \beta_2)}{\lambda_{21} \sin(\varphi_2 + \varphi_4)} = \\ & = \frac{-\varepsilon_2}{\lambda_{22}} \left[ \frac{\varepsilon_2}{(1 + \varepsilon_{002})(1 + \varepsilon_2)} + 1 \right] - \hat{P}_2 \frac{\cos(\varphi_4 \mp \beta_2)}{\lambda_{22} \sin(\varphi_2 + \varphi_4)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{-\varepsilon_1}{\lambda_{31}} \left[ \frac{\varepsilon_3}{(1 + \varepsilon_{003})(1 + \varepsilon_3)} + 1 \right] + \hat{P}_3 \frac{\cos(\varphi_3 \mp \beta_3)}{\lambda_{31} \sin(\varphi_1 + \varphi_3)} = \\ & = \frac{\varepsilon_3}{\lambda_{32}} \left[ \frac{\varepsilon_3}{(1 + \varepsilon_{003})(1 + \varepsilon_3)} - 1 \right] - \hat{P}_3 \frac{\cos(\varphi_1 \pm \beta_3)}{\lambda_{32} \sin(\varphi_1 + \varphi_3)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\varepsilon_3}{\lambda_{41}} \left[ \frac{\varepsilon_4}{(1 + \varepsilon_{004})(1 + \varepsilon_4)} - 1 \right] + \hat{P}_4 \frac{\cos(\varphi_4 - \beta_4)}{\lambda_{41} \sin(\varphi_4 - \varphi_3)} = \\ & = \frac{\varepsilon_4}{\lambda_{42}} \left[ \frac{\varepsilon_4}{(1 + \varepsilon_{004})(1 + \varepsilon_4)} + 1 \right] + \hat{P}_4 \frac{\cos(\varphi_3 - \beta_4)}{\lambda_{42} \sin(\varphi_4 - \varphi_3)}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \eta_{11} &= \cos \beta_1 + f \sin \beta_1, & \eta_{12} &= \sin \beta_1 - f \cos \beta_1, & \eta_{21} &= \cos \beta_2 \pm f \sin \beta_2, \\ \eta_{22} &= \mp \sin \beta_2 - f \cos \beta_2, & \eta_{31} &= \cos \beta_3 \mp f \sin \beta_3, & \eta_{32} &= \pm \sin \beta_3 + f \cos \beta_3, \\ \eta_{41} &= \cos \beta_4 - f \sin \beta_4, & \eta_{42} &= \sin \beta_4 - f \cos \beta_4, & \lambda_{11} &= \eta_{11} \sin \varphi_1 - \eta_{12} \cos \varphi_1, \\ \lambda_{12} &= \eta_{11} \sin \varphi_2 - \eta_{12} \cos \varphi_2, & \lambda_{21} &= \eta_{21} \sin \varphi_3 - \eta_{22} \cos \varphi_3, & \lambda_{22} &= \eta_{21} \sin \varphi_4 + \eta_{22} \cos \varphi_4, \\ \lambda_{31} &= \eta_{31} \sin \varphi_3 - \eta_{32} \cos \varphi_3, & \lambda_{32} &= \eta_{31} \sin \varphi_1 + \eta_{32} \cos \varphi_1, & \lambda_{41} &= \eta_{41} \sin \varphi_4 - \eta_{42} \cos \varphi_4, \\ \lambda_{42} &= \eta_{41} \sin \varphi_3 - \eta_{42} \cos \varphi_3, & \hat{R}_i &= \frac{R_i}{\rho_{00} F_{00} a_0^2}, & \hat{P}_i &= \frac{P_i}{\rho_{00} F_{00} a_0^2}, \quad i = 1, 2, 3, 4. \end{aligned}$$

Последние уравнения являются замкнутыми и образуют систему относительно неизвестных деформаций  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_4$ . Они могут послужить для оценки зависимости текущих напряженных состояний ветвей ремня от свойства материала, конструктивных и технологических, а также начальных (наладочных) параметров механизма передачи.

**Частные случаи.** 1°. Пусть

$$\varepsilon_{001} = 0, \quad \varepsilon_{002} = 0, \quad \varepsilon_{003} = 0 \quad \text{и} \quad \varepsilon_{004} = 0,$$

т.е. начальные (наладочные) деформации отсутствуют или ими можно пренебречь по сравнению с соответствующими текущими значениями. При этом рассматриваемая система легко приводится к следующему виду

$$\lambda_{12} \varepsilon_2 (1 + 2\varepsilon_1) + \lambda_{11} \varepsilon_1 = (1 + \varepsilon_1) \gamma_1, \tag{1}$$

$$-\lambda_{22} \varepsilon_4 (1 + 2\varepsilon_2) + \lambda_{21} \varepsilon_2 (1 + 2\varepsilon_2) = (1 + \varepsilon_2) \gamma_2, \tag{2}$$

$$-\lambda_{32} \varepsilon_1 (1 + 2\varepsilon_3) + \lambda_{31} \varepsilon_3 = (1 + \varepsilon_3) \gamma_3, \tag{3}$$

$$-\lambda_{42} \varepsilon_3 - \lambda_{41} \varepsilon_4 (1 + 2\varepsilon_4) = (1 + \varepsilon_4) \gamma_4, \tag{4}$$

где

$$\gamma_1 = \frac{\hat{P}_1}{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)} [\lambda_{12} \cos(\varphi_1 - \beta_1) - \lambda_{11} \cos(\varphi_2 - \beta_1)],$$

$$\gamma_2 = \frac{\hat{P}_2}{\sin(\varphi_2 + \varphi_4)} [-\lambda_{22} \cos(\varphi_4 \pm \beta_2) - \lambda_{21} \cos(\varphi_4 \mp \beta_2)],$$

$$\gamma_3 = \frac{\hat{P}_3}{\sin(\varphi_1 + \varphi_3)} [-\lambda_{32} \cos(\varphi_3 \mp \beta_3) - \lambda_{31} \cos(\varphi_1 \pm \beta_3)],$$

$$\gamma_4 = \frac{\hat{P}_4}{\sin(\varphi_4 - \varphi_3)} [-\lambda_{42} \cos(\varphi_4 - \beta_4) + \lambda_{41} \cos(\varphi_3 - \beta_4)].$$

Из уравнения (1) –(3), найдем

$$\varepsilon_1 = \frac{\gamma_1 - \lambda_{12}\varepsilon_2}{2\lambda_{12}\varepsilon_2 + \gamma_{11}}, \quad \varepsilon_4 = \frac{\lambda_{21}\varepsilon_2(1 + 2\varepsilon_2) - (1 + \varepsilon_2)\gamma_2}{\lambda_{22}(1 + 2\varepsilon_2)}, \quad \varepsilon_3 = \frac{\gamma_3 + \lambda_{32}\varepsilon_1}{\gamma_{33} - 2\lambda_{32}\varepsilon_1},$$

где

$$\gamma_{11} = \lambda_{11} - \gamma_1, \quad \gamma_{33} = \lambda_{31} - \gamma_3.$$

Подставляя выражения  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_4$  в уравнение (4), будем иметь

$$\lambda_{22}^2(1 + 4\varepsilon_2 + 4\varepsilon_2^2)(-\lambda_{42}\gamma_{33}^* - \lambda_{42}\gamma_{33}^{**}\varepsilon_2) + (\gamma_{22}^* + \gamma_{22}^{**}\varepsilon_2)(-\lambda_{21}\lambda_{41}\varepsilon_2 - 2\lambda_{21}\lambda_{41}\varepsilon_2^2 + \lambda_{41}\gamma_2 + \lambda_{41}\gamma_2\varepsilon_2)(\lambda_{22} + 2\lambda_{22}\varepsilon_2 + 2\lambda_{21}\varepsilon_2 + 4\lambda_{21}\varepsilon_2^2 - 2\gamma_2 - 2\gamma_2\varepsilon_2) = (\gamma_{22}^* + \gamma_{22}^{**}\varepsilon_2)(\lambda_{22}\gamma_4 + 2\lambda_{22}\gamma_4\varepsilon_2)(\lambda_{22} + 2\lambda_{22}\varepsilon_2 + \lambda_{21}\varepsilon_2 + 2\lambda_{21}\varepsilon_2^2 - \gamma_2 - \gamma_2\varepsilon_2),$$

где

$$\gamma_{33}^* = \gamma_{11}\gamma_3 + \lambda_{32}\gamma_1, \quad \gamma_{33}^{**} = \lambda_{12}(2\gamma_3 - \lambda_{32}), \quad \gamma_{22}^* = \gamma_{11}\gamma_{33} - 2\lambda_{32}\gamma_1, \quad \gamma_{22}^{**} = 2\lambda_{12}(\gamma_{33} + \lambda_{32}).$$

Обозначим

$$m_0 = -\lambda_{22}^2\lambda_{42}\gamma_{33}^*, \quad m_1 = -\lambda_{22}^2\lambda_{42}(4\gamma_{33}^* + \gamma_{33}^{**}), \quad m_2 = -4\lambda_{22}^2\lambda_{42}(\gamma_{33}^{**} + \gamma_{33}^*), \quad m_3 = -4\lambda_{22}^2\lambda_{42}\gamma_{33}^{**}, \\ n_0 = \lambda_{41}\gamma_2\gamma_{22}^*, \quad n_1 = -\lambda_{21}[\lambda_{21}\gamma_{22}^* - \gamma_2(\gamma_{22}^* + \gamma_{22}^{**})], \quad n_2 = -\lambda_{41}[2\lambda_{21}\gamma_{22}^* + \gamma_{22}^{**}(\lambda_{21} - \gamma_2)], \\ n_3 = -2\lambda_{21}\lambda_{41}\gamma_{22}^{**}, \quad k_0 = \lambda_{22} - 2\gamma_2, \quad k_1 = 2(\lambda_{22} + \lambda_{21} - \gamma_2), \quad k_2 = 4\lambda_{21}, \quad t_0 = \lambda_{22}\gamma_{22}^*\gamma_4, \\ t_1 = \lambda_{22}\gamma_4(2\gamma_{22}^* + \gamma_{22}^{**}), \quad t_2 = 2\lambda_{22}\gamma_{22}^{**}\gamma_4, \quad e_1 = \lambda_{22} - \gamma_2, \quad e_1 = 2\lambda_{22} + \lambda_{21} - \gamma_2, \quad e_2 = 2\lambda_{21}.$$

Подставляя эти обозначения, последнее уравнение представим в таком виде

$$m_0 + m_1\varepsilon_2 + m_2\varepsilon_2^2 + m_3\varepsilon_2^3 + (n_0 + n_1\varepsilon_2 + n_2\varepsilon_2^2 + n_3\varepsilon_2^3)(k_0 + k_1\varepsilon_2 + k_2\varepsilon_2^2) = \\ = (t_0 + t_1\varepsilon_2 + t_2\varepsilon_2^2)(e_0 + e_1\varepsilon_2 + e_2\varepsilon_2^2).$$

Раскрывая скобки, будем иметь

$$b_0 + b_1\varepsilon_2 + b_2\varepsilon_2^2 + b_3\varepsilon_2^3 + b_4\varepsilon_2^4 + b_5\varepsilon_2^5 = 0,$$

где

$$b_5 = n_3k_2, \quad b_4 = n_2k_2 + n_3k_1 - t_2e_2, \quad b_3 = m_3 + n_1k_2 + n_2k_1 + n_3k_0 - t_1e_2 - t_2e_1, \\ b_2 = m_2 + n_0k_2 + n_1k_1 + n_2k_0 - t_0e_2 - t_1e_1 - t_2e_0, \quad b_1 = m_1 + n_0k_1 + n_1k_0 - t_0e_1 - t_1e_0, \\ b_0 = m_0 + n_0k_0 - t_0e_0.$$

Таким образом, в рассматриваемом случае задачу сводится к алгебраическому уравнению пятой степени относительно неизвестной деформации  $\varepsilon_2$ .

2°. Пусть  $\gamma_2 = 0$  ( $P_2 = 0$ ),  $\varepsilon_2 \neq 0$ ,  $\varepsilon_2 \neq \frac{1}{2}$  и  $\varepsilon_2 \neq 1$ , то из уравнения (1)–(3)

следуют выражения

$$\varepsilon_2 = \frac{\gamma_1 - \gamma_{11}\varepsilon_1}{\lambda_{12}(1 + 2\varepsilon_1)}, \quad \varepsilon_4 = \frac{\lambda_{21}\varepsilon_2}{\lambda_{22}}, \quad \varepsilon_3 = \frac{\gamma_3 + \lambda_{32}\varepsilon_1}{\gamma_{33} - 2\lambda_{32}\varepsilon_1}.$$

Подставляя эти выражения в уравнение (4) будем иметь

$$\xi_0 + \xi_1\varepsilon_1 + \xi_2\varepsilon_1^2 + \xi_3\varepsilon_1^3 = 0,$$

где

$$\xi_3 = -4\lambda_{12}\lambda_{22}(\lambda_{12}\lambda_{22}\lambda_{21}\lambda_{42} - \lambda_{32}\gamma_4\theta_{12}),$$

$$\xi_2 = -4\lambda_{12}^2\lambda_{22}^2\lambda_{42}(\lambda_{21} - \gamma_3) + 2\lambda_{21}\lambda_{41}\gamma_{11}(\lambda_{12}\lambda_{22} - \lambda_{21}\lambda_{41}) +$$

$$+ 2\lambda_{12}\lambda_{22}\lambda_{32}\gamma_4(2\theta_{11} + \theta_{12}), \quad \xi_1 = -\lambda_{12}^2\lambda_{22}^2\lambda_{42}(\lambda_{12} + 4\gamma_3) + \lambda_{21}\lambda_{41}\gamma_{11}(\lambda_{12}\lambda_{22} + 2\lambda_{21}\gamma_1) -$$

$$- 2\lambda_{12}\lambda_{41}\gamma_1(\lambda_{21}\lambda_{22} - \lambda_{21}\gamma_{11}) + \lambda_{12}\lambda_{22}\lambda_{32}\gamma_4(2\theta_{11} - \theta_{12}) - 2\lambda_{12}\lambda_{22}\gamma_{33}\gamma_4\theta_{12}, \quad \theta_{12} = 2\lambda_{12}\lambda_{22} - \lambda_{21}\gamma_{11},$$

$$\xi_0 = -\lambda_{12}^2\lambda_{22}\gamma_1(\lambda_{22}\lambda_{42} + \lambda_{21}\lambda_{41}) - \lambda_{12}\lambda_{22}\gamma_{33}\gamma_4(\theta_{11} + 2\theta_{12}), \quad \theta_{11} = \lambda_{12}\lambda_{22} + \lambda_{21}\gamma_1.$$

3°. Малые относительные деформации. Пренебрегая величинами, содержащими второй и более высокой степени деформации, уравнения (1)–(4) представим виде

$$\lambda_{12}\varepsilon_2 + (\lambda_{11} - \gamma_1)\varepsilon_1 = \gamma_1, \quad -\lambda_{22}\varepsilon_4 + (\lambda_{21} - \gamma_2)\varepsilon_2 = \gamma_2,$$

$$-\lambda_{32}\varepsilon_1 + (\lambda_{31} - \gamma_3)\varepsilon_3 = \gamma_3, \quad -\lambda_{42}\varepsilon_3 - (\lambda_{41} + \gamma_4)\varepsilon_4 = \gamma_4.$$

Последние уравнения имеют решение

$$\varepsilon_1 = \frac{(\lambda_{31} - \gamma_3)(\lambda_{41} + \gamma_4)[\gamma_1(\lambda_{21} - \gamma_2) - \lambda_{12}\gamma_2] + \lambda_{12}\lambda_{22}[\lambda_{42}\gamma_3 + (\lambda_{31} - \gamma_3)\gamma_4]}{(\lambda_{11} - \gamma_1)(\lambda_{21} - \gamma_2)(\lambda_{31} - \gamma_3)(\lambda_{41} + \gamma_4) + \lambda_{12}\lambda_{22}\lambda_{32}\lambda_{42}},$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\lambda_{42}\lambda_{22}[\lambda_{32}\gamma_1 + (\lambda_{11} - \gamma_1)\gamma_3] - (\lambda_{31} - \gamma_3)(\lambda_{11} - \gamma_1)[\gamma_2(\lambda_{41} + \gamma_4) + (\lambda_{11} - \gamma_1)\gamma_4]}{\lambda_{12}\lambda_{22}\lambda_{32}\lambda_{42} - (\lambda_{11} - \gamma_1)(\lambda_{21} - \gamma_2)(\lambda_{31} - \gamma_3)(\lambda_{41} + \gamma_4)},$$

$$\varepsilon_3 = \frac{(\lambda_{21} - \gamma_2)(\lambda_{41} + \gamma_4)[\gamma_3(\lambda_{11} - \gamma_1) + \lambda_{32}\gamma_1] - \lambda_{12}\lambda_{32}[(\lambda_{41} + \gamma_4)\gamma_2 - (\lambda_{11} - \gamma_1)\gamma_4]}{(\lambda_{11} - \gamma_1)(\lambda_{21} - \gamma_2)(\lambda_{31} - \gamma_3)(\lambda_{41} + \gamma_4) - \lambda_{12}\lambda_{22}\lambda_{32}\lambda_{42}},$$

$$\varepsilon_4 = \frac{\lambda_{32}\lambda_{42}[\gamma_1(\lambda_{21} - \gamma_2) - \lambda_{12}\gamma_2] + (\lambda_{21} - \gamma_2)(\lambda_{11} - \gamma_1)[\lambda_{42}\gamma_3 + (\lambda_{31} - \gamma_3)\gamma_4]}{\lambda_{12}\lambda_{22}\lambda_{32}\lambda_{42} - (\lambda_{11} - \gamma_1)(\lambda_{21} - \gamma_2)(\lambda_{31} - \gamma_3)(\lambda_{41} + \gamma_4)}.$$

Получен решение, позволяющее устанавливать приближенные значения относительных деформаций рассматриваемых ветвей ремня.

**Уравнения движения нерастяжимого ремня.** В случае нерастяжимого ремня условия непрерывности движения, законы сохранения массы и количества движения рассматриваемого элемента ремня имеет соответственно вид:

$$ds_{00} = ds_{01} = ds_{02} = ds_{03} = ds_{04};$$

$$\rho_{00}F_{00}ds_{00} = \rho_{01}F_{01}ds_{01} = \rho_{02}F_{02}ds_{02} = \rho_{03}F_{03}ds_{03} = \rho_{04}F_{04}ds_{04};$$

$$\rho_{01}F_{01}ds_{01}(\dot{x}_{01} - \dot{x}_{02}) = (T_{01} \cos\varphi_{01} + T_{02} \cos\varphi_{02} - R_{01} \cos\beta_{01} - fR_{01} \sin\beta_{01} + P_{01} \sin\beta_{01})dt,$$

$$\begin{aligned} \rho_{01}F_{01}ds_{01}(y_{01}^{\bullet} - y_{02}^{\bullet}) &= (-T_{01} \sin \varphi_{01} - T_{02} \sin \varphi_{02} + R_{01} \sin \beta_{01} - fR_{01} \cos \beta_{01} + P_{01} \cos \beta_{01})dt, \\ \rho_{02}F_{02}ds_{02}(x_{02}^{\bullet} - x_{04}^{\bullet}) &= (-T_{02} \cos \varphi_{02} - T_{04} \cos \varphi_{04} + R_{02} \cos \beta_{02} \pm fR_{02} \sin \beta_{02} \mp P_{02} \sin \beta_{02})dt, \\ \rho_{02}F_{02}ds_{02}(y_{02}^{\bullet} - y_{04}^{\bullet}) &= (T_{02} \sin \varphi_{02} - T_{04} \sin \varphi_{04} \pm R_{02} \sin \beta_{02} - fR_{02} \cos \beta_{02} + P_{02} \cos \beta_{02})dt, \\ \rho_{03}F_{03}ds_{03}(x_{03}^{\bullet} - x_{01}^{\bullet}) &= (-T_{01} \cos \varphi_{01} - T_{03} \cos \varphi_{03} + R_{03} \cos \beta_{03} \mp fR_{03} \sin \beta_{03} \pm P_{03} \sin \beta_{03})dt, \\ \rho_{03}F_{03}ds_{03}(y_{03}^{\bullet} - y_{01}^{\bullet}) &= (T_{01} \sin \varphi_{01} - T_{03} \sin \varphi_{03} \pm R_{03} \sin \beta_{03} + fR_{03} \cos \beta_{03} - P_{03} \cos \beta_{03})dt, \\ \rho_{04}F_{04}ds_{04}(x_{04}^{\bullet} - x_{03}^{\bullet}) &= (T_{03} \cos \varphi_{03} + T_{04} \cos \varphi_{04} - R_{04} \cos \beta_{04} + fR_{04} \sin \beta_{04} - P_{04} \sin \beta_{04})dt, \\ \rho_{04}F_{04}ds_{04}(y_{04}^{\bullet} - y_{03}^{\bullet}) &= (T_{03} \sin \varphi_{03} + T_{04} \sin \varphi_{04} - R_{04} \sin \beta_{04} - fR_{04} \cos \beta_{04} + P_{04} \cos \beta_{04})dt \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} T_{01} \cos \varphi_{01} + T_{02} \cos \varphi_{02} - R_{01}(\cos \beta_{01} + f \sin \beta_{01}) &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\cos \varphi_{01} - \cos \varphi_{02}) - P_{01} \sin \beta_{01}, \\ T_{01} \sin \varphi_{01} + T_{02} \sin \varphi_{02} - R_{01}(\sin \beta_{01} - f \cos \beta_{01}) &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\sin \varphi_{01} - \sin \varphi_{02}) + P_{01} \cos \beta_{01}, \\ T_{02} \cos \varphi_{02} + T_{04} \cos \varphi_{04} - R_{02}(\cos \beta_{02} \pm f \sin \beta_{02}) &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\cos \varphi_{04} - \cos \varphi_{02}) \mp P_{02} \sin \beta_{02}, \\ -T_{02} \sin \varphi_{02} + T_{04} \sin \varphi_{04} - R_{02}(\pm \sin \beta_{02} - f \cos \beta_{02}) &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\sin \varphi_{02} + \sin \varphi_{04}) + P_{02} \cos \beta_{02}, \\ T_{01} \cos \varphi_{01} + T_{03} \cos \varphi_{03} - R_{03}(\cos \beta_{03} \mp f \sin \beta_{03}) &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\cos \varphi_{03} + \cos \varphi_{01}) \pm P_{03} \sin \beta_{03}, \\ -T_{01} \sin \varphi_{01} + T_{03} \sin \varphi_{03} - R_{03}(\pm \sin \beta_{03} + f \cos \beta_{03}) &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\sin \varphi_{03} - \sin \varphi_{01}) - P_{03} \cos \beta_{03}, \\ T_{03} \cos \varphi_{03} + T_{04} \cos \varphi_{04} - R_{04}(\cos \beta_{04} - f \sin \beta_{04}) &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\cos \varphi_{04} + \cos \varphi_{03}) + P_{04} \sin \beta_{04}, \\ T_{03} \sin \varphi_{03} + T_{04} \sin \varphi_{04} - R_{04}(\sin \beta_{04} - f \cos \beta_{04}) &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\sin \varphi_{04} + \sin \varphi_{03}) - P_{04} \cos \beta_{04}. \end{aligned}$$

Последние уравнения представим в виде

$$\begin{aligned} T_{01} \cos \varphi_{01} + T_{02} \cos \varphi_{02} - R_1 \eta_{11} &= A_1, & T_{01} \sin \varphi_{01} + T_{02} \sin \varphi_{02} - R_1 \eta_{12} &= A_2, \\ T_{02} \cos \varphi_{02} + T_{04} \cos \varphi_{04} - R_2 \eta_{21} &= B_1, & -T_{02} \sin \varphi_{02} + T_{04} \sin \varphi_{04} - R_2 \eta_{22} &= B_2, \\ T_{01} \cos \varphi_{01} + T_{03} \cos \varphi_{03} - R_3 \eta_{31} &= C_1, & -T_{01} \sin \varphi_{01} + T_{03} \sin \varphi_{03} - R_3 \eta_{32} &= C_2, \\ T_{03} \cos \varphi_{03} + T_{04} \cos \varphi_{04} - R_4 \eta_{41} &= D_1, & T_{03} \sin \varphi_{03} + T_{04} \sin \varphi_{04} - R_4 \eta_{42} &= D_2, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \eta_{22} &= \mp \sin \beta_{02} - f \cos \beta_{02}, & \eta_{31} &= \cos \beta_{03} \mp f \sin \beta_{03}, & \eta_{32} &= \pm \sin \beta_{03} + f \cos \beta_{03}, \\ \eta_{41} &= \cos \beta_{04} - f \sin \beta_{04}, & \eta_{42} &= \sin \beta_{04} - f \cos \beta_{04}, \\ A_1 &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\cos \varphi_{01} - \cos \varphi_{02}) - P_{01} \sin \beta_{01}, & A_2 &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\sin \varphi_{01} - \sin \varphi_{02}) + P_{01} \cos \beta_{01}, \\ B_1 &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\cos \varphi_{04} - \cos \varphi_{02}) \mp P_{02} \sin \beta_{02}, & B_2 &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\sin \varphi_{04} + \sin \varphi_{02}) + P_{02} \cos \beta_{02}, \\ C_1 &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\cos \varphi_{01} + \cos \varphi_{03}) \pm P_{03} \sin \beta_{03}, & C_2 &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\sin \varphi_{03} - \sin \varphi_{01}) - P_{03} \cos \beta_{03}, \\ D_1 &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\cos \varphi_{03} + \cos \varphi_{04}) + P_{04} \sin \beta_{04}, & D_2 &= \rho_{00}F_{00}u_0^2(\sin \varphi_{04} + \sin \varphi_{03}) - P_{04} \cos \beta_{04}. \end{aligned}$$

Полученные уравнения служат для определения неизвестных натяжений и давления.

Введем обозначения

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \eta_{12} \cos \varphi_{01} - \eta_{11} \sin \varphi_{01}, & \alpha_{12} &= \eta_{12} \cos \varphi_{02} - \eta_{11} \sin \varphi_{02}, & A &= A_1 \eta_{12} - A_2 \eta_{11}, \\ \alpha_{21} &= \eta_{22} \cos \varphi_{02} + \eta_{21} \sin \varphi_{02}, & \alpha_{22} &= \eta_{22} \cos \varphi_{04} - \eta_{21} \sin \varphi_{04}, & B &= B_1 \eta_{22} - B_2 \eta_{21}, \end{aligned}$$

$$\alpha_{31} = \eta_{32} \cos \varphi_{01} + \eta_{31} \sin \varphi_{01}, \quad \alpha_{32} = \eta_{32} \cos \varphi_{03} - \eta_{31} \sin \varphi_{03}, \quad C = C_1 \eta_{32} - C_2 \eta_{31},$$

$$\alpha_{41} = \eta_{42} \cos \varphi_{04} - \eta_{41} \sin \varphi_{04}, \quad \alpha_{42} = \eta_{42} \cos \varphi_{03} - \eta_{41} \sin \varphi_{03}, \quad D = D_1 \eta_{42} - D_2 \eta_{41}.$$

Тогда уравнения (1)–(4) принимают вид

$$T_{01} \alpha_{11} + T_{02} \alpha_{12} = A, \quad T_{02} \alpha_{21} + T_{04} \alpha_{22} = B, \quad T_{01} \alpha_{31} + T_{03} \alpha_{32} = C, \quad T_{04} \alpha_{41} + T_{03} \alpha_{42} = D.$$

Отсюда

$$T_{01} = \frac{(A \alpha_{21} - B \alpha_{12}) \alpha_{41} \alpha_{32} - (C \alpha_{42} - D \alpha_{32}) \alpha_{22} \alpha_{12}}{\alpha_{11} \alpha_{21} \alpha_{41} \alpha_{32} - \alpha_{31} \alpha_{42} \alpha_{22} \alpha_{12}},$$

$$T_{02} = \frac{A}{\alpha_{12}} - \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}} \frac{(A \alpha_{21} - B \alpha_{12}) \alpha_{41} \alpha_{32} - (C \alpha_{42} - D \alpha_{32}) \alpha_{22} \alpha_{12}}{\alpha_{11} \alpha_{21} \alpha_{41} \alpha_{32} - \alpha_{31} \alpha_{42} \alpha_{22} \alpha_{12}},$$

$$T_{03} = \frac{D}{\alpha_{42}} - \frac{\alpha_{41}}{\alpha_{42}} \frac{(A \alpha_{21} - B \alpha_{12}) \alpha_{31} \alpha_{42} - (C \alpha_{42} - D \alpha_{32}) \alpha_{11} \alpha_{21}}{-\alpha_{22} \alpha_{12} \alpha_{31} \alpha_{42} + \alpha_{41} \alpha_{32} \alpha_{11} \alpha_{21}},$$

$$T_{04} = \frac{(A \alpha_{21} - B \alpha_{12}) \alpha_{31} \alpha_{42} - (C \alpha_{42} - D \alpha_{32}) \alpha_{11} \alpha_{21}}{-\alpha_{22} \alpha_{12} \alpha_{31} \alpha_{42} + \alpha_{41} \alpha_{32} \alpha_{11} \alpha_{21}}.$$

### Определение начального натяжения ремня

Рациональные значения и степень распределения начальных натяжения между ветвями ремня устанавливается соответствующими нормами в каждой конкретной машине. Существует множество методов измерения натяжения ветвей ремня [3-5].

Для проведения численно-экспериментальных исследований рациональных распределений начальных натяжений и оценки их влияния на текущие напряженные состояния материала ремня при работе механизма, необходимо иметь алгоритм расчета. Приведем решение задачи, которое может быть использован при установлении текущих параметров вращения передачи.

Приравнивая нулю скорости вращения в предыдущей задаче, найдем получаем равновесия ремня:

– на поверхности первого шкива

$$T_{001} \cos \varphi_{001} + T_{002} \cos \varphi_{002} - R_{001} (\cos \beta_{001} + f \sin \beta_{001}) = -P_{001} \sin \beta_{001},$$

$$T_{001} \sin \varphi_{001} + T_{002} \sin \varphi_{002} - R_{001} (\sin \beta_{001} - f \cos \beta_{001}) = P_{001} \cos \beta_{001};$$

– на поверхности второго шкива

$$T_{002} \cos \varphi_{002} + T_{004} \cos \varphi_{004} - R_{002} (\cos \beta_{002} \pm f \sin \beta_{002}) = \mp P_{002} \sin \beta_{002},$$

$$-T_{002} \sin \varphi_{002} + T_{004} \sin \varphi_{004} - R_{002} (\pm \sin \beta_{002} - f \cos \beta_{002}) = P_{002} \cos \beta_{002};$$

– на поверхности третьего шкива

$$T_{001} \cos \varphi_{001} + T_{003} \cos \varphi_{003} - R_{003} (\cos \beta_{003} \mp f \sin \beta_{003}) = \pm P_{003} \sin \beta_{003},$$

$$-T_{001} \sin \varphi_{001} + T_{003} \sin \varphi_{003} - R_{003} (\pm \sin \beta_{003} + f \cos \beta_{003}) = -P_{003} \cos \beta_{003};$$

– на поверхности четвертого шкива

$$T_{003} \cos \varphi_{003} + T_{004} \cos \varphi_{004} - R_{004} (\cos \beta_{004} - f \sin \beta_{004}) = P_{004} \sin \beta_{004},$$

$$T_{003} \sin \varphi_{003} + T_{004} \sin \varphi_{004} - R_{004} (\sin \beta_{004} - f \cos \beta_{004}) = -P_{004} \cos \beta_{004}.$$

Введем обозначения:

$$M_1 = P_{001} \sin \beta_{001}, \quad M_2 = P_{001} \cos \beta_{001}; \quad N_1 = \mp P_{002} \sin \beta_{002}, \quad N_2 = P_{002} \cos \beta_{002};$$

$$K_1 = \pm P_{003} \sin \beta_{003}, \quad K_2 = -P_{003} \cos \beta_{003}; \quad E_1 = P_{004} \sin \beta_{004}, \quad E_2 = -P_{004} \cos \beta_{004}.$$

Тогда последние уравнения принимают вид:

$$T_{001} \cos \varphi_{001} + T_{002} \cos \varphi_{002} - R_{001} \eta_{11} = M_1; \quad T_{001} \sin \varphi_{001} + T_{002} \sin \varphi_{002} - R_{001} \eta_{12} = M_2;$$

$$T_{002} \cos \varphi_{002} + T_{004} \cos \varphi_{004} - R_{002} \eta_{21} = N_1; \quad -T_{002} \sin \varphi_{002} + T_{004} \sin \varphi_{004} - R_{002} \eta_{22} = N_2;$$

$$T_{001} \cos \varphi_{001} + T_{003} \cos \varphi_{003} - R_{003} \eta_{31} = K_1, \quad -T_{001} \sin \varphi_{001} + T_{003} \sin \varphi_{003} - R_{003} \eta_{32} = K_2;$$

$$-T_{004} \cos \varphi_{004} + T_{003} \cos \varphi_{003} - R_{004} \eta_{41} = E_1, \quad T_{004} \sin \varphi_{004} + T_{003} \sin \varphi_{003} - R_{004} \eta_{42} = E_2,$$

где

$$\eta_{11} = \cos \beta_{001} + f \sin \beta_{001}, \quad \eta_{12} = \sin \beta_{001} - f \cos \beta_{001}, \quad \eta_{21} = \cos \beta_{002} \pm f \sin \beta_{002},$$

$$\eta_{22} = \mp \sin \beta_{002} - f \cos \beta_{002}, \quad \eta_{31} = \cos \beta_{003} \mp f \sin \beta_{003}, \quad \eta_{32} = \pm \sin \beta_{003} + f \cos \beta_{003},$$

$$\eta_{41} = \cos \beta_{004} - f \sin \beta_{004}, \quad \eta_{42} = \sin \beta_{004} - f \cos \beta_{004}.$$

Исключая неизвестные реактивные силы, получаем

$$T_{001}(\eta_{12} \cos \varphi_{001} - \eta_{11} \sin \varphi_{001}) + T_{002}(\eta_{12} \cos \varphi_{002} - \eta_{11} \sin \varphi_{002}) = M_1 \eta_{12} - M_2 \eta_{11},$$

$$T_{002}(\eta_{22} \cos \varphi_{002} + \eta_{21} \sin \varphi_{002}) + T_{004}(\eta_{22} \cos \varphi_{004} - \eta_{21} \sin \varphi_{004}) = N_1 \eta_{22} - N_2 \eta_{21},$$

$$T_{001}(\eta_{32} \cos \varphi_{001} + \eta_{31} \sin \varphi_{001}) + T_{003}(\eta_{32} \cos \varphi_{003} - \eta_{31} \sin \varphi_{003}) = K_1 \eta_{32} - K_2 \eta_{31},$$

$$T_{004}(\eta_{42} \cos \varphi_{004} - \eta_{41} \sin \varphi_{004}) + T_{003}(\eta_{42} \cos \varphi_{003} - \eta_{41} \sin \varphi_{003}) = E_1 \eta_{42} - E_2 \eta_{41},$$

где

$$M_1 = P_{001} \sin \beta_{001}, \quad M_2 = P_{001} \cos \beta_{001}; \quad N_1 = \mp P_{002} \sin \beta_{002}, \quad N_2 = P_{002} \cos \beta_{002};$$

$$K_1 = \pm P_{003} \sin \beta_{003}, \quad K_2 = -P_{003} \cos \beta_{003}; \quad E_1 = P_{004} \sin \beta_{004}, \quad E_2 = -P_{004} \cos \beta_{004}.$$

Далее, введем обозначения

$$M = M_1 \eta_{12} - M_2 \eta_{11}, \quad N = N_1 \eta_{22} - N_2 \eta_{21}, \quad K = K_1 \eta_{32} - K_2 \eta_{31}, \quad E = E_1 \eta_{42} - E_2 \eta_{41},$$

$$\alpha_{11} = \eta_{12} \cos \varphi_{001} - \eta_{11} \sin \varphi_{001}, \quad \alpha_{12} = \eta_{12} \cos \varphi_{002} - \eta_{11} \sin \varphi_{002}, \quad \alpha_{21} = \eta_{22} \cos \varphi_{002} + \eta_{21} \sin \varphi_{002}$$

$$, \quad \alpha_{22} = \eta_{22} \cos \varphi_{004} - \eta_{21} \sin \varphi_{004}, \quad \alpha_{31} = \eta_{32} \cos \varphi_{001} + \eta_{31} \sin \varphi_{001},$$

$$\alpha_{32} = \eta_{32} \cos \varphi_{003} - \eta_{31} \sin \varphi_{003}, \quad \alpha_{41} = \eta_{42} \cos \varphi_{004} - \eta_{41} \sin \varphi_{004}, \quad \alpha_{42} = \eta_{42} \cos \varphi_{003} - \eta_{41} \sin \varphi_{003}$$

Используя эти обозначения, последние уравнения представим в виде

$$T_{001} = \frac{(M\alpha_{21} - N\alpha_{12})\alpha_{41}\alpha_{32} - (K\alpha_{42} - E\alpha_{32})\alpha_{22}\alpha_{12}}{\alpha_{11}\alpha_{21}\alpha_{41}\alpha_{32} - \alpha_{31}\alpha_{42}\alpha_{22}\alpha_{12}};$$

$$T_{002} = \frac{M}{\alpha_{12}} - \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}} \frac{(M\alpha_{21} - N\alpha_{12})\alpha_{41}\alpha_{32} - (K\alpha_{42} - E\alpha_{32})\alpha_{22}\alpha_{12}}{\alpha_{11}\alpha_{21}\alpha_{41}\alpha_{32} - \alpha_{31}\alpha_{42}\alpha_{22}\alpha_{12}};$$

$$T_{003} = \frac{E}{\alpha_{42}} - \frac{\alpha_{41}}{\alpha_{42}} \frac{(M\alpha_{21} - N\alpha_{12})\alpha_{31}\alpha_{42} - (K\alpha_{42} - E\alpha_{32})\alpha_{11}\alpha_{21}}{-\alpha_{22}\alpha_{12}\alpha_{31}\alpha_{42} + \alpha_{41}\alpha_{32}\alpha_{11}\alpha_{21}};$$

$$T_{004} = \frac{(M\alpha_{21} - N\alpha_{12})\alpha_{31}\alpha_{42} - (K\alpha_{42} - E\alpha_{32})\alpha_{11}\alpha_{21}}{-\alpha_{22}\alpha_{12}\alpha_{31}\alpha_{42} + \alpha_{41}\alpha_{32}\alpha_{11}\alpha_{21}}.$$



Полученное решение позволяет устанавливать зависимости начальных натяжений от свойства материала, конструкции рассматриваемого механизма и внешней силы натяга. С помощью полученных выражений можно вести поиск рациональных значений начальных натяжений и закона распределения натяжения ветвей ремня. Очевидно, что наиболее рациональным является случай, когда значения натяжения всех ветвей будут наиболее близкими.

**О результатах некоторых числовых экспериментальных исследований.** Разработана программа для электронно-вычислительных машин на языке GWBASIC, позволяющая проводить численно-экспериментальные исследования зависимости натяжения ветвей ремня от конструктивных параметров и скорости вращения механизма [19].

Проведенные числовые экспериментальные исследования показали, что в случае, когда ведущим является первый шкив, натяжения ветвей ремня в каждый момент времени удовлетворяют следующие условия:  $T_2 > T_4 > T_3 > T_1$ .

Если принять условия равенство

$$T_1 = \mu_2 T_2 = \mu_3 T_3 = \mu_4 T_4,$$

то коэффициенты  $\mu_2, \mu_3$  и  $\mu_4$  при условии  $f = 0.2$ ,  $\beta_i = 15^\circ$ ,  $\varphi_j = 60^\circ$ , где  $i = 2, 3, 4$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$  принимают значения 1.43, 1.4 и 1.52 соответственно.

### Выводы

Задача о вращении в стационарном режиме механизма с растяжимым ремнем сведена к численному решению алгебраического уравнения пятой степени, а в случае малой относительной деформации – к решению алгебраического уравнения третьей степени.

Получены аналитические решения задачи о вращении в стационарном режиме механизма с нерастяжимым ремнем и задачи установления закона распределения наладочного (начального) натяжения между ветвями нерастяжимого ремня.

Полученные решения могут быть использованы при проектировании новых и прогнозирования рациональных конструктивных и технологических параметров заданного механизма передачи, выявления причин появления и мер устранения различных пороков, возникающих при работе механизмов передачи и технологических машин.

Проведенный анализ показал, что изменения величин сил  $P_1, P_2, P_3, P_4$  приводят к существенным изменениям значения и закона распределения натяжения между ветвями ремня.

### Литература

1. Седов Л.И. Механика сплошных сред. Т. 2. М.: Наука. 1984.
2. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого тела. М.: Наука, 1988.
3. Шахмейстер Л.Г., Дмитриев В.Г. Теория и расчет ленточных конвейеров. М.: Машиностроение, 1987.

4. Вейц В.Л., Кочура А.Е., Мартиненко А.М. Динамические расчеты приводов машин. Л.: Машиностроение, 1970.
5. Воробьев И.И. Ременные передачи. М.: Машиностроение, 1979.
6. Мамасаидов М.Т., Эргашов М., Тавбаев Ж.С. Прочность гибких элементов и трубопроводов бурильных установок. Бишкек. Илим. 2001.
7. Папин Б.Д., Сазонов А.С. Динамика ременной передачи// Механизация и электрификация сельского хозяйства. 2001. № 12.
8. Mamatova, D. (2022). THEORETICAL DESCRIPTION OF PARAMETERS OF BELT CONDITIONS WITH CONTINUOUS TRANSITIONAL RELATIONS. *Conferencea*, 121-127.
9. Mamatova, D., Nematov, A., & Nurullayeva, K. (2022). FULL-FACTORY EXPERIMENTAL STUDIES. *European Journal of Interdisciplinary Research and Development*, 2, 34-44 Эргашов М. Исследование процессов распространения упругих волн в намоточных связях при учете эффектов их вращения при растяжении// Изв. АН России. ПММ. Т. 56. 1992. Вып. 1.
10. Эргашов М., Максудов Р.Х., Усманкулов А. К. Теория расчета натяжения передаточного механизма. Ташкент, Фан. 2004. 265 с.
11. Эргашов М. Султонов Д. З., Каримов Н.А., Салимова М.М. Об одном методе расчета натяжения ремня передаточного механизма// Вестник ТашГТУ. 2002. № 2.
12. Махаммадрасул, Э., Дремова, Н. В., & Нуруллаева, Х. Т. (2021). Методика оценки влияния взаимодействия и отражения продольных волн от поверхности рабочего органа. *Universum: технические науки*, (5-3 (86)), 50-53.
13. Эргашов М., Дремова Н.В. Нуруллаева Х.Т. Методика установления зависимости напряженного состояния ремня от конструктивных параметров передаточного механизма. *U55 Universum: технические науки: научный журнал.* – № 6(99). Часть 4. М., Изд. «МЦНО», 2022. – 72 с. – Электрон. версия печ. публ. – <http://7universum.com/ru/tech/archive/category/699>
14. Эргашов М. Баймуратов Б.Х. Дремова Н.В. Нуруллаева Х.Т. Юсупова З.Р. Моделирование сложного передаточного механизма с растяжимым или нерастяжимым ремнем/ CONGRESS PROGRAM (online) May 10-11, 2022. Tashkent. Uzbekistan.
15. [https://scholar.google.com/citations?view\\_op=view\\_citation&hl=en&user=w3blAE0AAAJ&cstart=20&pagesize=80&citation\\_for\\_view=w3blAE0AAAAAJ:PELIpwtuRIgC](https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=en&user=w3blAE0AAAJ&cstart=20&pagesize=80&citation_for_view=w3blAE0AAAAAJ:PELIpwtuRIgC)
16. Эргашов М., Каримова Г.Т., Салимжонова И.А. Методика расчета наладочных натяжений ветвей ремня заданного передаточного механизма. *J. Science and education. Scientific journal.* Volume 3, Issue 6. June 2022. ISSN 2181-0842. Impact Factor 2020. SJI factor 3.567/ [www. OPenscience.uz](http://www.OPenscience.uz)
17. Эргашов М., Максудов Р. Х., Усманкулов А. К., Курбанова З.М. Определение натяжения композитного ремня передаточного механизма с тремя шкивами // Композиционные материалы. 2003. № 3.
18. Эргашов М., Бабаханова Х.А., Абдуллаев У. Т., Садриддинов А.А., Громыко И. Г. Метод определения деформационных и прочностных свойств бумаг. Труды БГТУ. Минск, 2021, Серия 4, № 2.

19. Максудов Р.Х., Эргашов М., Методы исследования натяжения ремня приводных механизмов технологических машин. Т.: Фан. 2009.
20. Эргашов М., Максудов Р.Х., Мухамедсаидов Б.К., Даминова Р.Б., Якубова И.Ж. Программа-04 проектирования начальных параметров ленточного передаточного механизма с двумя внутренними и двумя наружными шкивами. ГАС АИС РУЗ. Авторское свидетельство. № DGU 02212. 03.10.2011.
21. Эргашов М., Максудов Р.Х., Холдоров Ш. Об одном методе расчета натяжения передаточного механизма с растяжимым ремнем. Проблемы текстиля. 2019. № 4.
22. Эргашов М., Максудов Р.Х., Холдоров Ш. Об одном методе расчета передаточного механизма с двумя внутренними и двумя наружными шкивами. Вестник ТГТУ. 2018. № 3.
23. Эргашов М. Вопросы соударения нити с твердыми телами. Т.: Фан, 2001.